GODEAUX de LIÈGE

Mathématicien de génie

par

Francis Buekenhout
Membre de l'Académie Royale de Belgique
Professeur à l'Université Libre de Bruxelles

Académie Royale de Belgique

2016

CECI EST UN CHANTIER !

*** Il existe une caricature de Lucien Godeaux due à Jean Barthélémy, à la Section des Beaux Arts, selon le Secrétaire Perpétuel Leo Houziaux en février 2000 ***. Il y a des photos dans un autre dossier. ***.

Lucien Godeaux

Morlanwelz, le 11 octobre 1887; Liège, le 21 avril 1975
Correspondant de la Classe des Sciences le 7 juin 1930
Membre, le 3 juin 1939
Mathématicien
Professeur ordinaire à l'Université de Liège
Grand Officier de l'Ordre de Léopold
Croix de guerre 1914-18
Croix du Feu
Officier de la Légion d'Honneur

par Francis Buekenhout

<u>Table des matières</u>

UNE CONCLUSION au présent travail ! Une équipe et une structure devraient être mises en place pour s'occuper de la publication des Oeuvres de Lucien Godeaux !

1. INTRODUCTION

Lucien Godeaux a disparu depuis plus de trente ans et je suis entré en charge de sa Notice Biographique en 2000 à la suite du décès de Florent Bureau (1906-1999) dont j'ai pu reprendre le beau dossier en 2004 grâce à Jean Mawhin.
Lucien Godeaux est une figure de légende des mathématiques en Belgique et dans un large cercle international où notre pays figure en bonne place. Il compte au nombre des mathématiciens les plus prolifiques de tous les temps avec « près de 1200 publications » selon ses fils et biographes, plus de 1500 selon son disciple Léon Derwidué et 1265 selon ma propre estimation précaire.
Loin d'être pour autant retranché dans sa tour d'ivoire, il a été un professeur de grand format et un organisateur inlassable. Il convient de souligner qu'il fut un grand patriote, qu'il fut volontaire de guerre, engagé dans l'artillerie, d'abord comme cannonier et qu'il conduisit des soldats sous le feu de l'ennemi avec bravoure durant la Première Guerre Mondiale. Ce grand homme mérite plus de reconnaissance à Morlanwelz, Charleroi, Dinant, Chimay, Ath, Liège et Bruxelles qui sont des villes où il a travaillé . Il s'agit d'un héros. Un tout grand Wallon. Un tout grand Belge. Un Européen !
La tâche dévolue à ceux qui étudient ce personnage hors du commun est énorme. En ce qui concerne son oeuvre scientifique, Lucien Godeaux en était bien conscient et il a rédigé lui-même un texte sobre et concis destiné « à celui qui écrira ma Notice Biographique » suivi de sa liste de publications comportant 54 pages structurées. Ce texte a été publié par

Jean et Paul Godeaux, les fils de Lucien, en 1995. Je me réfère à eux plus loin par le symbole [JPG]. Leur présentation de la vie et de l'oeuvre de Lucien Godeaux est fouillée, chaleureuse et incontournable. Le texte dû à Lucien Godeaux est repris ici en fin d'article sous le titre "Autoportrait de Lucien Godeaux". La liste des publications due à Lucien Godeaux et publiée dans [JPG] figure ici en Appendice. Elle comporte plus de 1250 références.
Notons un centenaire au passage: la première note de Lucien Godeaux publiée à l'Académie Royale de Belgique remonte à 1907.
Le dossier constitué par Florent Bureau comporte une autre " Notice sur nos travaux scientifiques" dactylographiée par Lucien Godeaux à une date postérieure à 1966. Il va de soi qu'elle est largement en accord avec l' Autoportrait mais elle n' y est pas isomorphe. Je ferai référence à ce document par la mention [Not LG].
Un autre témoignage est la Notice Biographique due à François Jongmans (1997) dans la Nouvelle Biographie Nationale. C'est celui d'un disciple de Lucien Godeaux qui s'est illustré à l'Université de Liège et qui possède une descendance mathématique importante.
Un autre document biographique de très grande valeur est la " Lettre d'hommage à Monsieur le Professeur Lucien Godeaux" due à Léon Derwidué, un disciple de notre héros. Cette lettre comporte 8 pages imprimées. Je conjecture qu'elle date de 1967 et qu'elle fut produite à l'occasion d'une cérémonie d'hommage à l'Ecole Polytechnique de Mons, cérémonie qui est évoquée par [JPG].
Dès 1975, fut publié un hommage de l'Union Mathématique Italienne présenté par Beniamino Segre (1903-1977), ami de longue date et proche collègue de Lucien Godeaux. Beniamino Segre est lui-même un auteur prolifique avec une liste de 412 publications. En outre, il a donné naissance à une école de Géométrie Combinatoire comportant aujourd'hui des centaines de chercheurs en Italie. Il fut Président de l'Accademia dei Lincei. Notons que Lucien Godeaux fut un membre fondateur de l' Union Mathématique Italienne (1922). Le texte Segre (1975) fut une référence importante pour [JPG].
Dès le 26 juin 1975, le décès de Lucien Godeaux fut l'occasion d'une commémoration à l' Istituto Lombardi di Scienze e Lettera prononcée par Silvio Cinquini et qui fut publiée (Cinquini 1975).
Un éloge bref fut également publié par l'Académie Bulgare de Sofia

(Penkov 1978) et par la Gazette des Mathématiciens (1975).
Un document important permettant de situer Lucien Godeaux parmi ses collègues belges est le rapport du Jury chargé de décerner le Prix décennal de mathématiques pures pour la période 1934-1943 (De Donder-Ballieu 1950). Je ne dispose pas de ce texte.
La branche mathématique dans laquelle Lucien Godeaux s'est exprimé longuement et dans laquelle il demeure au centre d'une recherche internationale de grande ampleur est la théorie des surfaces algébriques complexes. Les Surfaces de Godeaux constituent un concept, un nom commun n'exigeant plus guère de référence explicite et ce concept est durable. Je tenterai de situer le sujet et un large contexte. Il peut être amusant d'observer que les célèbres Surfaces de Godeaux émergent de Godeaux (1931), un article de trois pages. L'importance de Lucien Godeaux pour la Géométrie algébrique est affirmée par un maître, Jean Dieudonné (1906-1992), élu à l'Académie Royale de Belgique en 1974. Dans son panorama des mathématiques pures (Dieudonné 1979), il situe Lucien Godeaux parmi ceux qui ont apporté des contributions substantielles en Géométrie algébrique (page 150). Je dois cette observation à Paul Van Praag.

2. LE PÈRE

Suivons le superbe récit de Jean et Paul Godeaux (1995) ou [JPG].
<< Lucien Godeaux était le sixième enfant et unique fils d'Auguste Godeaux (1850-1932) et Léontine Godeaux (1848-1891) >>.
<<...la vie d'Auguste Godeaux ...permet de comprendre la haute valeur morale, le sens aigu du devoir et l'amour du travail bien fait qui ont caractérisé Lucien Godeaux au long de son existence >>.
<< Auguste Godeaux est issu d'une famille modeste... Dès 1864, à 14 ans, après seulement 4 ans d'école primaire, il entre comme taraudeur dans une usine de locomotives. ... la journée de travail est de 14 heures (5 h à 19 h). A 16 ans, il devient apprenti ajusteur et sa journée passe à 12 heures. Ces journées bien remplies ne l'empêchent pas de suivre les cours du dimanche à l'école industrielle de Charleroi, puis des cours généraux, une formation de contremaître et une formation de dessinateur le soir à l'école industrielle de Morlanwelz nouvellement créée (1871). Son travail acharné lui permet d'entrer comme dessinateur au bureau d'étude du

matériel des Charbonnages de Mariemont et Bascoup; il en devient rapidement le chef grâce à sa remarquable compétence en mécanique appliquée.
Très apprécié par ses supérieurs, il se voit confier des fonctions à hautes responsabilités où il va pouvoir donner toute la mesure de ses capacités.
En 1882 il est nommé directeur de l'école industrielle de Morlanwelz. Il en fera un modèle d'organisation et d'efficacité tout en la développant: nombre de matières enseignées, pédagogies nouvelles, équipement moderne diversifié.
En 1882 il est élevé au grade d'ingénieur-chef du service des études du matériel aux Charbonnages de Mariemont et Bascoup.
Auguste Godeaux est l'exemple accompli du self-made -man du XIXéme siècle. Il poursuivra sa carrière jusqu'en 1922, année où il est admis à l'éméritat.
On comprend mieux ainsi la profonde admiration que Lucien Godeaux avait pour son père et l'influence bénéfique qu'un tel exemple a eu sur lui.
Malheureusement sa mère meurt prématurément d'une maladie incurable à l'époque. Il a alors un peu plus de trois ans et ce drame l'a incontestablemernt marqué. il évoquait souvent le manque d'affection maternelle dont il avait souffert durant son enfance ››.
Voici un autre portrait d' Auguste Godeaux.
Une notice biographique lui est consacrée dans la Biographie Nationale. Suivons Léon Bartholomé (1965).
‹‹ Auguste Godeaux. Ingénieur, directeur d'écoles techniques, né à Chapelle-lez-Herlaimont le 15 avril 1850, décédé à Morlanwelz le 3 février 1932.
Issu de famille modeste, il fait ses études primaires à Chapelle-lez-Herlaimont, son village natal, et ensuite à La Hestre.
En 1864, il s'engage en qualité d'ouvrier taraudeur dans les ateliers Nicolas Cambier à Morlanwelz. Quelques mois plus tard, il passe aux ateliers de montage en qualité d'ajusteur. Le travail commence à cinq heures du matin pour se terminer à sept heures du soir et ce les six jours de la semaine. Un an après, il devient taraudeur à la main aux ateliers de Redemont (plus tard Ateliers de construction de Haine-Saint-Pierre) pour devenir rapidement ajusteur-monteur en locomotives à vapeur. En 1867, il passe en qualité d'ajusteur d'entretien aux Charbonnages de Mariemont où il est affecté aux travaux de fonçage du puits n°5.

Avide de connaissances intellectuelles, il se procure les rares livres que l'époque met à sa disposition et les dévore inlassablement en dehors du travail harassant qu'il poursuit onze heures par jour. Tous ses loisirs et une bonne partie de ses heures de repos sont consacrés à l'étude. Le dimanche , il suit les cours de formation de porions et contremaîtres à l'Ecole industrielle de Charleroi où il a comme professeur de dessin le père du ministre d'Etat Jules Destrée. Pour se rendre à l'école, il prend le train à Gouy-lez-Piéton à six heures du matin et souvent rentre à pied (trois lieues) par souci d'économie. Il est diplômé contremaître en 1870.
En 1871, après un service militaire assez court au 6è régiment d'artillerie de forteresse, il suit les cours de dessin et d'industrie qui viennent d'être créés par l'Administration communale de Morlanwelz à l'initiative d'Arthur Warocqué et dirigés par Saturnin Morlet.
Son ardeur au travail, son intelligence et sa soif de connaissances le font remarquer par Warocqué, Lucien Guinotte, Briart et Weiler de l'administration des Charbonnages de Mariemont et Bascoup, qui le soutiennent et l'encouragent de diverses manières et se l'attachent en le faisant entrer comme aide-dessinateur dans les bureaux du charbonnage. Il y devient un auxiliaire des plus précieux et collabore avec Briart à l'équipement du puits n° 5 dont la maquette figure à l'Exposition universelle de Paris en 1889. On lui doit la construction d'une machine de chargement de bateaux au rivage de Bellecourt, une large initiative dans l'étude des ateliers de préparation mécanique des charbons (triages, lavoirs) et l'élaboration de théories délimitant les causes de ruptures des moules à briquettes fréquentes à l'époque et préconisant les remèdes à apporter.
Entretemps, il poursuit les cours de l'école de dessin et se livre à un travail personnel acharné sous la conduite du professeur Devos, brillant ingénieur sorti de l'Université de Liège, attaché comme lui aux services d'études du charbonnage.
Dès sa sortie de l'école, il est nommé professeur et en 1876, crée sucessivement les cours de physique, de mécanique, de dessin à main levée de chaudières et de construction de machines à vapeur.
Il est promu chef de bureau de dessin des Charbonnages en 1878 et nommé ingénieur en chef du service des études en 1882. Son contrôle technique s'étend sur une exploitation qui comporte une douzaine de puits d'extraction et toutes les installations de surface.

Esprit méthodique, travailleur opiniâtre, persévérant et consciencieux, homme profondément honnête et juste, fils d'ouvrier, simple ouvrier lui-même au début de sa carrière, il doit à ses seules qualités la situation qu'il occupe; sa vie est un enseignement et, chose rare en semblable cas, il a su acquérir une parfaite distinction de manières ne laissant en rien soupçonner son origine dont il est fier et qu'il ne cache pas.
Il doit la reconnaissance de ses mérites et ses justes promotions à Lucien Guinotte, directeur-gérant des Charbonnages et à Alphonse Briart, ingénieur en chef des exploitations qui, lorsqu'il était au bureau de dessin, avait souvent recours à lui pour les problèmes techniques; Briart le fait nommer examinateur de sortie à l'Ecole des Mines de Mons et membre de l'Association des ingénieurs sortis de cette école, où il collabore à la revue publiée par elle.
A diverses reprises les charbonnages le chargent de missions en France, en Angleterre, en Allemagne et en Russie. En 1905, il devient leur ingénieur-conseil.
Doué d'une puissance de travail exceptionnelle, il prend en 1883 la direction de l'Ecole de dessin de Morlanwelz, direction qu'il va assurer avec une rare compétence.
En 1887, il crée les cours des constructions civiles. En 1892, son école est prise en charge par le département de l'industrie et prend la dénomination d' Ecole industrielle. La même année, il crée les cours de dessins industriels et transforme le cours de dessin à main levée et de traçage en un cours de technologie des ateliers. En 1893, il fonde le cours d'électricité industrielle et en 1901, le cours de graphostatique, de technologie du bois et ouvre un cours de commerce accessible aux jeunes filles.
Il crée en annexe à l'Ecole industrielle, une Ecole professionnelle, une des premières sinon la première du pays. En trois ans, on y forme des ajusteurs et des menuisiers. Quelque temps plus tard, il complète le cycle de la formation par une école de porions.

3. UNE VOCATION MATHÉMATIQUE

Ecoutons [JPG]: « Après ses classes primaires dans son village natal, il fait ses études moyennes dans plusieurs athénées où il a la chance de rencontrer des professeurs qui, pressentant ses dispositions, vont éveiller son intérêt pour les mathématiques ».
Lucien Godeaux a fait ses humanités scientifiques aux Athénées de Charleroi, Dinant, Chimay et Ath (Jongmans 1997).
Suivons [JPG]:
« Modeste Soons, professeur de mathématiques à l'Athénée d'Ath en 1905, a sur lui une influence déterminante. Il lui fait cadeau d'un volume des Mémoires de la Société royale des Sciences de Liège contenant deux travaux écrits respectivement par Jacques et François Deruyts qui sont pour lui une révélation. Il a aussi accès à la collection de Mathesis de son professeur et aux Bulletins de l'Académie à la bibliothèque de la ville d'Ath.
C'est de cette époque que datent ses premières publications dans Mathesis (1905) qui le font connaître de Joseph Neuberg, professeur à l'Université de Liège ».
Suivons Léon Derwidué (1967) s'adressant à Lucien Godeaux: « Votre père, homme énergique s'il en fut, vous destinait à l'industrie .... Mais vous étiez animé par une vocation irrépressible, qui menaça gravement la stabilité de vos études secondaires, et qui éclata sous la forme de 17 publications ... dès votre première candidature ... ».
Suivons Lucien Godeaux dans [Not LG] en observant qu'il va très rapidement rencontrer et traiter deux thèmes majeurs de sa carrière scientifique à savoir les familles de cubiques gauches et les transformations birationnelles : « La première note publiée par l'Académie en 1907 avait été rédigée lorsque j'étais élève de première scientifique à l'Athénée royal d'Ath. Elle concernait divers systèmes de droites notamment la détermination du lieu des droites appartenant aux surfaces cubiques d'un système linéaire triplement infini suivant une méthode que nous avons utilisée plusieurs fois dans la suite.
A cette époque (1907), Stuyvaert avait introduit en Belgique l'étude des congruences linéaires de cubiques gauches et c'est vers ces questions que nos recherches furent dirigées. Ces recherches nous conduisirent à l'étude des transformations birationnelles et nous avons vite soupçonné

que les congruences de cubiques gauches pouvaient se transformer en une gerbe de rayons par une transformation birationnelle. Je ne sus que plus tard que cette propriété se déduisait d'un théorème d' Enriques. Pendant la guerre, nous en avons obtenu une démonstration élémentaire (Bulletin Académie Cracovie 1921). En 1908, j'ai déterminé au moyen d'une transformation birationnelle, les congruences linéaires de cu!biques gauches s'appuyant en huit points sur une sextique de genre trois. Stuyvaert, rendant compte de cette question dans un ouvrage (Algèbre à deux dimensions, Gand, 1920) écrit que j'ai laissé échapper un cas bien intéressant; il a reconnu depuis qu'il s'était trompé (Bull. Acad. Belg. 1921) ››.

4. A l'ÉCOLE des MINES de MONS

Suivons Jongmans (1997): ‹‹ Destiné par son père, homme austère et rigide, à une carrière d'ingénieur, il suivit les cours de première année à l'Ecole des mines de Mons, une année durant laquelle il ne publia pas moins de dix-sept notes de mathématiques, dont cinq dans les Bulletins de la Classe des Sciences de l'Académie royale de Belgique sur présentation de Joseph Neuberg ››.
Et [JPG]: ‹‹ Lucien Godeaux fait donc une année très brillante à l'Ecole des Mines où ses bulletins existent encore ››.

5. A l'UNIVERSITÉ de LIÈGE

Suivons [JPG]: ‹‹ Son père, rendu à l'évidence, l'autorise à entreprendre des études de sciences mathématiques à l' Université de Liège où il s'inscrit en octobre 1907. Il y connait des maîtres tels que Joseph Neuberg et Jacques Deruyts mais c'est surtout envers Modeste Stuyvaert, professeur à l' Université de Gand, que Lucien Godeaux est le plus reconnaissant pour les nombreux conseils prodigués. Dès la première année de candidature, il suit les cours du doctorat, apprenant les matières qui lui plaisent mois en donnant des leçons particulières à ses camarades.
Il est reçu Docteur en Sciences physiques et mathématiques en 1911 avec la plus grande distinction. Fait assez rare, il publie quelque 67 notes et articles durant son séjour à l'Université ››.

Suivons Godeaux (1936a), parlant de Modeste Stuyvaert (1866-1932), géomètre, membre de l'Académie en 1913.
<< Nous avons connu Stuyvaert en 1907; à cette époque, l'étude des travaux de Fr. Deruyts et des siens nous avait enthousiasmé; notre Confrère voulut bien prendre en considération nos premiers essais et une correspondance suivie s'établit entre nous; elle dura jusqu'au moment où nous partîmes à l'étranger pour compléter nos études. De la sollicitude de Stuyvaert à notre égard pendant ces quatre années, nous lui en avons conservé une profonde reconnaissance. L'armistice de 1918 nous avait trouvé à Zwartegat, petit hameau sur la rive gauche de l'Escaut, au sud de Gand: dès le lendemain, nous fîmes visite à Stuyvaert, que nous trouvâmes très inquiet au sujet de l'état de santé de sa femme et, nous sembla-t-il, un peu aigri. Peut-être les années si pénibles qu'il venait de vivre en étaient-elles la cause. Coeur d'or, notre confrère avait profondément souffert de voir les principes de la plus élémentaire justice foulés aux pieds pendant quatre ans >>.
Suivons Derwidué (1967): << Dès cette époque, vous remplissez tous vos professeurs d'étonnement, voire d'inquiétude, car l'extraordinaire fertilité de votre esprit se double d'une carrure plus qu'imposante, alliée à un entrain endiablé. ... votre thèse de doctorat compte plus de 80 pages et peut être considérée comme la plus importante contribution à la théorie des systèmes de coniques de l'espace, avec les travaux sur le sujet de l'italien Montesano. Vos autres publications sont relatives à la géométrie projective et aux congruences de cubiques gauches, dont vous poursuivez l'étude pour ainsi dire déjà en concurrence avec Modeste Stuyvaert, professeur à l'Université de Gand, qui en avait inauguré le sujet quelques années auparavant >>.

6. La FEMME de sa VIE

Docteur en Sciences Mathématiques et Physiques à l'Université de Liège en 1911. Il possède déjà 67 publications.
Suivons [JPG] . <<En 1908, il a la chance de rencontrer Maria Henriette Luthers (1889-1974) qui deviendra son épouse en 1919 après trois années de voyages à l'étranger et quatre années passées sur le front de l'Yser. Dans sa belle famille, il trouve le soutien et l'affection qui lui manquent>>.

Ils auront deux fils : Jean, professeur à l'université, et Paul, ingénieur civil.
Un témoignage de Derwidué (1967), parlant à Lucien Godeaux : << Madame Godeaux, dont l'autorité conjugale et l'entrain juvénile a su, pendant un demi-siècle, tenir à l'écart des horizons de son mari, les soucis matériels les plus éprouvants et a ainsi contribué d'une manière essentielle à votre réussite >>.
Et le témoignage des fils de Lucien et Maria [JPG]:
<<Maria Luthers fut une admirable épouse pendant 54 ans (elle disparut un an avant lui), toujours à ses côtés, elle lui permit de se consacrer entièrement à ce qu'il aimait. S'ils furent des époux modèles, ils furent aussi pour leurs deux fils d'incomparables parents >>.

7. La RENCONTRE avec FEDERIGO ENRIQUES

Examinons les années 1911-1914 dont on dirait de nos jours qu'elles sont post-doctorales.
Suivons [JPG]: << Les gouvernements homogènes de droite de l'époque lui fermant les portes de l'Université (son père, notable libéral, est en effet dans l'opposition), il entreprend de compléter sa formation à l'étranger. Il conquiert les titres de lauréat du Concours des Bourses de voyage et de lauréat du Concours Universitaire en 1912.
Modeste Stuyvaert lui avait prêté, au cours de ses études, un travail de Corrado Segre (Su alcuni indirizzi nelle investigazioni geometriche, Rivista di Matematica , 1891) qui lui révéla la géométrie italienne. Il avait aussi lu une note de Federigo Enriques (Intorno ai fondamenti della geometria sopra le superficie algebriche, Atti della reale Accademia delle Scienze di Torino, 1901) qui l'avait "enthousiasmé" >>.
Il faut lire dans l'AUTOPORTRAIT (Section 43) comment le contact se fit avec Enriques (1871-1946) et que celui-ci invita Lucien Godeaux à Bologne. Enriques était un des plus grands mathématiciens de l'époque et un grand humaniste. Lucien Godeaux écrit en 1951 : << Je suis profondément reconnaissant à Enriques de m'avoir accueilli avec tant de bienveillance et de m'avoir initié à la Géométrie algébrique. Etudier sous la direction d'Enriques était un véritable enchantement >>.
Voici encore une relation de cette rencontre essentielle [Not LG]:

<< C'est la lecture d'un travail d'Enriques qui me fit entrevoir la beauté de la Géométrie algébrique. J'eus la chance d'entrer en relation avec lui par l'intermédiaire d'un Bruxellois qui étudiait la médecine à Bologne (Collegio dei Fiamenghi). Il m'écrivit que si je voulais étudier la Géométrie algébrique, le mieux était d'aller en Italie plutôt que d'étudier les mémoires parus sur la question. Aussi, dès mon diplôme de Docteur obtenu à Liège, je parti pour Bologne, où Enriques m'initia à la Géométrie sur une surface algébrique >>.
En 1912, Lucien Godeaux rencontre un maître à penser dont l'influence sera décisive et durable. Enriques appartient aux grands mathématiciens du temps. C'est ainsi qu'il figure au nombre des huit orateurs principaux du Congrès International des Mathématiciens tenu à Cambridge en 1912. Durant son séjour, Godeaux noue des liens avec d'autres chefs de file de la Géométrie algébrique italienne: Guido Castelnuovo (1865-1952) et Francesco Severi (1879-1961). Castelnuovo est un des 15 orateurs principaux au Congrès International des mathématiciens à Bologne en 1928 en compagnie notamment de Hilbert, Hermann Weyl, Hadamard et George Birkhoff. Severi figure parmi les huit orateurs principaux à Toronto en 1924 avec Elie Cartan et Leonard Eugene Dickson. Il en est à nouveau en 1932 à Zürich.
Signalons ici qu' Enriques fut élu à l'Académie royale de Belgique en 1945.
Lucien Godeaux va s'inscrire comme un personnage en vue dans la Géométrie algébrique italienne.
Il étudie encore à Göttingen qui est une capitale mondiale des mathématiques où Enriques a étudié jadis auprès de Felix Klein. Il n'est pas exclu que Godeaux ait croisé Felix Klein (1849-1925) élu à l' Académie royale de Belgique en 1897 et radié en 1919, David Hilbert (1862-1943) élu à l'Académie en 1912 et radié en 1919, Emmy Noether (1882-1935), Richard Courant (1888-1972), Edmund Landau (1877-1938), Carl Runge (1856-1927), Hermann Weyl (1885-1955) ou Ernst Zermelo (1871-1953).
Enfin, au début de 1914, Lucien Godeaux est à Paris, auprès de Picard (1856-1941).
Suivons Derwidué (1967) sur le terrain scientifique: << Dès cette époque, vous atteignez la classe internationale et vos travaux paraissent dans les plus grands journaux de mathématiques. Vous publiez des notes dans les Annales de Toulouse, le Bulletin des Sciences Mathématiques, les

Rendiconti de Palerme, les Atti de Turin, les Anais de Porto, les Nachrichten de Göttingen, la Revista de Madrid, les Rendiconti dei Lincei di Roma, les Mathematische Annalen, le Bulletin de l'Académie de Cracovie, le Bulletin de l'Académie roumaine et les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris. Ces travaux sont relatifs à la géométrie sur une surface algébrique et complètent ceux de la brillante école italienne de Castelnuovo, Enriques et Severi, dont vous êtes devenu l'un des membres les plus actifs. Ils apportent des contributions de premier ordre sur les involutions appartenant à divers types de surfaces régulières ou irrégulières, sur les correspondances rationnelles entre surfaces algébriques, sur les surfaces algébriques possédant un faisceau irrationnel de courbes et surtout, sur de difficiles questions d'existence relatives à certains travaux d' Enriques et de Severi. Plusieurs de ces études sont aujourd'hui classiques ››.
Pour la compréhension de notre récit, un modeste coup d'oeil mathématique s'impose sur les surfaces complexes algébriques. Leur théorie fut mise en place principalement par Enriques à la fin du 19è siècle à la suite de Clebsch, Max Noether et d'autres. Les pionniers ont dégagé notamment trois nombres entiers caractéristiques de la surface et invariants par transformation birationnelle. Il s'agit du genre arithmétique p_a , du genre géométrique p_g et du bigenre P_2. Nous n'en abordons pas les définition.s.

8. LA GUERRE

Reprenons le récit de [JPG] alors que Lucien Godeaux travaille à Paris auprès de Picard.: ‹‹ ... les recherches prometteuses déjà entreprises sont brutalement interrompues par les menaces de guerre. Il rentre à Liège le 1er août 1914. Au début de décembre 1914, il réussit à passer aux Pays-Bas avec le tramway de Maaseik à Maastricht, en première classe et sans passeport. Engagé volontaire dans l'artillerie, il rejoint le front de l'Yser le 8 janvier 1915, après quelques jours d'instruction. Il termine la guerre comme sous-lieutenant avec la Croix de Guerre et trois citations. Ses quarante-six mois de présence continue sur le front (sept chevrons) lui vaudront la Croix du Feu.

La guerre ne l'empêche pas de publier près de 30 notes et mémoires, dont 4 dans les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 9 autres dans divers périodiques français et 14 dans ceux d'autres pays ››.
Suivons Derwidué (1967): ‹‹ A la déclaration de guerre, en août 1914, vous êtes sur le point d'entreprendre un nouveau cycle d'études qui doivent vous assurer la maîtrise des méthodes transcendantes et topologiques. N'écoutant que votre patriotisme, et au risque d'anéantir à tout jamais une préparation aussi riche, vous rejoignez à pied le front belge et vous engagez comme volontaire de guerre, au rang de simple soldat. Après une instruction sommaire en sabots, vous êtes versé dans une batterie d'artillerie et passez au front où vous croupirez, comme tant d'autres, dans le réduit inondé, à l'ouest d' Ypres. Vous terminez la guerre, heureusement sans une blessure, avec le grade de lieutenant d'artillerie, sept chevrons de front et la croix de guerre avec trois citations. Ce n'est pas sans émotion qu'aujourd'hui encore, vous vous souvenez de ces durs moments et en contez les péripéties à vos amis, avec cette pointe d'humour un peu las qui ca ractérise tant d'anciens combattants, rappelant les aventures plaisantes de votre cheval appelé Bigenre, en l'honneur des surfaces de bigenre un que vous vous efforciez malgré tout de poursuivre.Votre activité scientifique se traduira par 13 mémoires se rapportant surtout aux surfaces de genres un ou de bigenre un, ainsi qu'aux surfaces de diviseur ›1, dont vous étudiez de nouveaux exemples ››.

9. La CARRIÈRE à l'ÉCOLE ROYALE MILITAIRE

Revenons au récit de [JPG]: " Après son mariage, en 1919, n'ayant pu briguer un poste d'assistant à l'Université de Liège sous prétexte qu'il n'avait pas d'expérience de l'enseignement (sic), il n'a d'autre ressource que de passer dans l'armée d'active. Il enseigne d'abord au polygone d'artillerie de Braschaat, centre de perfectionnement pour les officiers promus pendant la guerre, puis est nommé répétiteur à l'Ecole Royale Militaire. En 1920, il devient professeur civil, chargé des cours d'Analyse mathématique et de Géométrie analytique après le décès inopiné du titulaire. Sa nomination doit beaucoup à l'appui du colonel (puis général) Gallais, commandant de l'Ecole, qui avait beaucoup apprécié la clarté de ses exposés lors des séances de répétitions ››.

Et voici le témoignage de Derwidué (1967): << Après la démobilisation, en 1919, pour des raisons qu'il vaut mieux ne pas approfondir, l'Université vous délaisse, et c'est ainsi que vous entrez comme répétiteur d'Analyse mathématique à l'Ecole Royale Militaire. Dès 1920, vous êtes titulaire de cet enseignement au rang de professeur extraordinaire et prenez tout de suite à coeur cette carrière plutôt inattendue pour un géomètre de votre classe. Sans négliger en aucune manière vos études de prédilection (pendant les 5 ans que vous passez à l'Ecole Militaire, vous publiez 40 notes et mémoires de géométrie algébrique), vous entreprenez la réorganisation des cours dont vous avez la charge et publiez pour ainsi dire d'une seule haleine, huit volumes autographiés, totalisant quelque 2730 pages, sur la géométrie analytique, l'algèbre supérieure, l'analyse mathématique et la géométrie infinitésimale. Bien qu'il s'agisse d'une période à la fois d'adaptation à la carrière professorale et de réadaptation à la vie scientifique, on trouve parmi vos publications scientifiques, une importante monographie souvent citée depuis, sur les recherches de R. Torelli concernant les courbes algébriques ayant même tableau de périodes des intégrales abéliennes, et, chose pour le moins inattendue, la revue de publications étrangères de balistique et 3 notes sur la relativité d'Einstein ! C'est qu'à cette époque, notre Ecole militaire était plutôt pauvre en véritables hommes de sciences, et puisque votre dévouement était apparemment inépuisable, pourquoi ne pas employer votre rare compétence pour débrouiller ces idées mystérieuses où le temps et l'espace ne se distinguaient plus >>.

10. La CARRIÈRE de MATHÉMATICIEN à l'UNIVERSITÉ de LIÈGE

Suivons [JPG]: << L'occasion de postuler à l'Université de Liège se présente en 1925 avec la brusque disparition du professeur F.J.D. Fairon. Lucien Godeaux est nommé titulaire des cours vacants par Camille Huysmans, ministre de l' Instruction Publique, malgré l'avis défavorable de la majorité de la Faculté des Sciences qui craignait un professeur fantaisiste ! A l'époque, le général Gallais ne cachait pas son désir de conserver Lucien Godeaux en raison de ses grandes qualités pédagogiques!

Les charges d'enseignement comportent les cours de Géométrie analytique à trois dimensions (section des Ingénieurs), la Géométrie projective et la Géométrie supérieure (doctorat en mathématiques).
Le cours de Géométrie analytique reste celui de l'Ecole militaire, mais les deux autres sont complètement rénovés.
La Géométrie projective est enseignée d'une manière purement géométrique et selon la méthode de F. Enriques. Cette approche originale suscite de l'intérêt et sera utilisée à l'étranger.
Le cours de Géométrie supérieure comprend deux parties. La première est destinée à tous les étudiants en mathématiques, la seconde s'adresse aux élèves préparant un mémoire en Géométrie. Le cours comporte des matières jamais enseignées en Belgique et qui varient d'une année à l'autre de façon à introduire les recherches récentes.
En 1933, Lucien Godeaux est chargé du cours de Géométrie infinitésimale récemment créé dans les Universités belges. Là aussi, son enseignement est original.
En 1946, il reprend les cours d'Analyse infinitésimale et d'Algèbre, devenus sans titulaire depuis la mort de son collègue Louis Fouarge, et il se décharge des cours de Géométrie analytique, de Géométrie projective et de Géométrie infinitésimale au bénéfice de son élève et collaborateur Octave Rozet. Il conserve la Géométrie supérieure, base de son enseignement. Ces charges importantes n'auront pas d'influence sur ses recherches et sa production scientifique restera abondante.
Il fait ses cours jusqu'à son admission à l'éméritat en 1958. Il se consacre alors entièrement à la recherche.
Nous ne pouvons pas parler de la carrière universitaire de Lucien Godeaux sans évoquer les fonctions de Doyen de la faculté des Sciences qu'il assume durant l'année académique 1930-1931, année cruciale qui voit la réorganisation complète de l'Enseignement universitaire. Les études d'Ingénieur, de Sciences physiques et mathématiques sont remaniées et Lucien Godeaux joue un grand rôle dans la mise en place des nouvelles structures. Il y démontrera ses talents d'organisateur ».

Ne manquons pas le point de vue du mathématicien Derwidué (1967):
« Fin décembre 1925, le Ministre de l'Instruction Publique, contre l'avis de la Faculté compétente, vous désigne à la succession, à l'Université de Liège, de J. Fairon, décédé dans l'année. Vous allez maintenant pouvoir

vous adonner sans arrière-pensée à votre passion, car vous recevez dans vos attributions l'enseignement de la géométrie analytique, de la géométrie projective et de la géométrie supérieure.
Il est utile de dire quelques mots de ces enseignements, afin d'en dégager l'originalité et la valeur. Votre cours de géométrie analytique conserve naturellement son caractère traditionnel, en raison de l'auditoire, formé en majeure partie de futurs ingénieurs. Néanmoins, le dernier chapitre, qui, lui , s'adresse spécialement aux futurs mathématiciens, introduit la géométrie projective envisagée du point de vue analytique et expose la théorie de la cubique gauche. Votre cours de géométrie projective devient rapidement un classique du genre et est suivi dans diverses universités étrangères. C'est un exposé à la fois synthétique et axiomatique sur le corps des réels, basé sur les postulats d'Enriques, où sont développées successivement la théorie des projectivités entre les formes des trois premières espèces, la théorie des figures engendrées au moyen de ces projectivités et la classification des homographies et réciprocités involutives dans le plan et dans l'espace. La géométrie métrique s'en déduit par l'introduction des éléments impropres et de la polarité absolue. Les groupes de transformations dans le plan, dans l'espace et dans la gerbe y sont systématiquement utilisés, afin de faire comprendre, par l'exemple, le rôle fondamental des groupes en géométrie. L'interprétation analytique des résultats se fait aisément dans le cadre tracé au dernier chapitre de la géométrie analytique . La première partie du cours de géométrie supérieure est la suite naturelle des cours de géométrie analytique et projective. Les premiers éléments de la théorie générale des courbes et des surfaces algébriques y sont développées dans le cadre du groupe projectif de l'espace à trois dimensions; cette théorie est ensuite appliquée à l'étude des courbes planes d'ordres trois et quatre, des surfaces cubiques et des courbes tracées sur les quadriques et les surfaces cubiques. La signification des méthodes de représentation plane est bien mise en évidence et prépare le terrain pour la seconde partie du cours, réservée aux élèves qui choisissent la géométrie comme branche approfondie. C'est incontestablement dans cette seconde partie que vous affirmez le mieux toute votre maîtrise. Par des moyens aussi simples que possible-l'étude de quelquestransformations crémoniennes du plan et de l'espace-vous parvenez à exposer correctement la théorie si difficile des singularités

des courbes et des surfaces et à poser clairement les problèmes généraux à l'époque non encore résolus, que posent ces questions. Vous introduisez ensuite vos élèves au coeur de la géométrie hyperspatiale, en déduisez les propriétés essentielles des variétés algébriques de dimension quelconque et en donnez les principaux modes de représentation. Vous terminez votre cours par diverses questions qui montrent à la fois la souplesse des méthodes enseignées et leur vaste champ d'application. Toute question susceptible d'être exploitée par vos élèves est soigneusement débarrassée de sa gangue et présentée sous un jour qui invite les amateurs à s'en occuper. Aussi, le succès ne se fait pas attendre et c'est aujourd'hui par centaines que l'on compte les applications de ce genre résolues au séminaire de géométrie supérieure de l'Université de Liège. D'ailleurs, au cours de votre carrière à l'Université de Liège, vous avez dirigé plus d'un tiers des travaux de fin d'étude à la licence en science mathématiques, alors qu'il existait cinq possibilités d'orientation. Parmi vos nombreux élèves, une dizaine ont complété leur formation jusqu'à la conquête du diplôme de docteur et cinq (Burniat, Rozet, Nollet, Jongmans et moi-même) sont devenus Agrégés de l'enseignement supérieur ››.

Je poursuivrai brièvement par un autre témoignage relatif au rôle du Ministre Camille Huysmans. Je cite Paul Van Praag d'après son Discours d'ouverture de l'année académique 1987-1988 à l'Université de Mons-Hainaut:
‹‹ Le géomètre d'origine hennuyère Lucien Godeaux mort il y a douze ans fit de son université, l'Université de Liège, un lieu de rayonnement de ce que l'on appelait la Géométrie algébrique italienne. Plusieurs de ses résultats sur les surfaces algébriques resteront. Il m'a expliqaué un jour qu'à l'origine de ce rayonnement il y eut en 1925 la rigueur intellectuelle, les initiatives, et la fermeté de Camille Huysmans à l'époque Ministre des Sciences et des Arts, idéologiquement fort loin de lui ››. Le ministre avait pris l'avis de Goursat et de Darboux, un avis très net, mais ceci ne fut pas dans le discours.
Nous retrouverons une intervention majeure de Camille Huysmans comme Ministre, en faveur de Lucien Godeaux, en 1948, à propos de la création du CBRM (Section 29).

11. RÉSUMÉ de CARRIÈRE PROFESSORALE
Plusieurs sources sont utilisées ici, notamment Dubuisson (1967).

Professeur extraordinaire à l'Ecole Royale Militaire (1920-1925)
Chargé des cours d'Analyse mathématique et de Géométrie analytique.
Professeur ordinaire à l'Université de Liège (1925-1958)
Chargé des cours de Géométrie analytique, de Géométrie projective (1925-1946), de Géométrie supérieure (1925-1958), de Géométrie infinitésimale (1932-1945), de Calcul différentiel et intégral, d'Algèbre supérieure (1945-1958).
Doyen de la Faculté des Sciences 1930-1931.
Professeur émérite (11 octobre 1957).

<u>Distinctions scientifiques et Sociétés savantes</u>
Membre de l'Académie Royale de Belgique, 1930. Directeur de la Classe des Sciences en 1947.
Membre de la Société Royale des Sciences de Liège, 1927.
Membre d'Honneur de la Société des Sciences, Arts et Lettres du Hainaut.
Membre d'Honneur de l'Association des Ingénieurs sortis de Liège.
Membre honoraire du Bureau de la Société Mathématique de France.
Membre honoraire, étranger ou correspondant des Académies de Padoue, Bologne, Milan, Bordeaux, Bucarest, Sofia, Lima et de la Wiskundig Genootschap d'Amsterdam.
Docteur Honoris Causa des Universités de Bordeaux (1947), Bruxelles (1947), Clermont-Ferrand (1954), Lille (1955), Aix-Marseille (1956), Dijon (1957) et Bologne (1959).
Lauréat de l'Académie Royale de Belgique (Prix François Deruyts, 1914; Prix de l'Académie, 1921).
Lauréat de l'Académie des Sciences de Paris (Prix Poncelet, 1940).
Lauréat du prix décennal des Mathématiques pures décerné par le gouvernement en 1950 pour la période 1934-43.
Cours professé en qualité de professeur d'échange, à la Sorbonne, 1947-48 sur la Géométrie algébrique et à l'Université de Prague, 1948 sur les transformations birationnelles.
Conférences faites aux universités de Nancy (1929), Poitiers (1934), Paris (1939), Marseille (1939, 1954, 1955, 1959, 1963), Bordeaux (1949),

Toulouse (1952), Clermont-Ferrand (1952), Lille (1953, 1960, 1963) et Rennes (1954), Bologne (1949, 1950, 1951, 1954, 1956, 1958, 1960), Rome (1949, 1954, 1956), Pavie (1954, 1955), Milan (1956), Gènes (1954), Turin (1954), Modène (1956), Messine (1956), Padoue (1956), Palerme (1958), Brno (1948), Bratislava (1948), Cambridge (Massachusetts) (1950), Bucarest, Bergen (1955) et Oslo (1955), Utrecht (1936), Leyden (1936), Amsterdam (1936), Groningue (1936).
Membre du Comité de Rédaction des Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo.
Membre du Comité de Rédaction de la Revue Générale des Sciences.
Président fondateur du Centre Belge de Recherches Mathématiques.
Président du Groupement des Mathématiciens d' Expression Latine 1962-66.

<u>Distinctions honorifiques</u>
Grand Officier de l'Ordre de Léopold
Commandeur à titre militaire de l'Ordre de Léopold avec glaives
Croix de Guerre 1914-1918 avec trois citations
Médaille du Roi Albert
Croix du Feu
Médaille de la Victoire
Médaille commémorative de la guerre 1914-18
Croix ‹‹Volontariis Patria Memor 1914-18 ››
Médaille commémorative du Centenaire
Chevalier de la Légion d'Honneur au titre scientifique en 1938 et Officier de la Légion d'Honneur en 1950.

12. DANS le LIVRE des RECORDS

Lucien Godeaux figure au nombre des mathématiciens les plus prolifiques de tous les temps avec 1265 publications couvrant 13532 pages de 1906 à 1975 soit environ 70 années de travail scientifique. On croit rêver. Cette production prodigieuse est de l'ordre de trois articles tous les deux mois et de plus de trente pages. On lui trouve tout au plus deux co-auteurs qui sont Alfred Errera et M. Hotyat, à propos de Notices Biographiques.

Par le nombre de ses publications, il se range au troisième rang des mathématiciens derrière le grand Euler (1707-1783) et derrière Paul Erdös (1913-1996).
Il n'atteint certes pas au statut d'un Euler dont on célèbre le 300ème anniversaire de la naissance et dont la publication des Oeuvres Complètes est un projet géant, en cours depuis un siècle (Kleinert, Mattmüller 2007). Durant la période 1911-2004, 70 volumes ont été publiés. Deux volumes sont en préparation et le projet est en voie d'achèvement. Le projet est essentiellement subsidié par le Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique (FNRS), " le principal instrument dont dispose la Confédération pour promouvoir la recherche fondamentale à l'échelle du pays ". Cette subsidiation cessera en 2012. L'équipe éditoriale comprend Patricia Radelet-de Grave, professeur à l' Université catholique de Louvain. Selon un inventaire classique des oeuvres d' Euler, l' Index Eneström publié vers 1913, nous disposons d'une liste de 866 publications. Sur base de ce frêle paramètre, Lucien Godeaux dépasse Euler lui-même. Sur la même base, Lucien Godeaux vient après le légendaire Paul Erdös, Prix Wolf de mathématiques en 1983, auteur de plus de 1500 publications avec non moins de 511 co-auteurs, une situation exceptionnelle qui a donné naissance au fameux nombre d' Erdös.
Lucien Godeaux surpasse le grand Augustin Cauchy (1789-1857) auteur de plus de 800 articles et mémoires.
Il existe une base de données statistique sur le réseau des mathématiciens. Cet inventaire résulte surtout de la numérisation du journal Mathematical Reviews fondé en 1940 et géré par l'American Mathematical Society. Une statistique a été établie pour la période 1940-2000. On y recense 644 articles de Godeaux et il sort du "peloton" de cette façon en compagnie d' Erdös dont 1401 publications sont recensées, du Bulgare Drumi Bainov avec 782 publications et une série en cours, puis Leonard Carlitz (1907-1999) avec 730 publications. Nous citons Grossman (2005) pour de nombreux autres détails intéressants.

Considérons la liste des travaux tenue à jour par Lucien Godeaux.
Suivons Mawhin (2001b) « Chaque tome du Bulletin de la Classe des Sciences de l'Académie entre 1921 et 1975 contient au moins une note de Godeaux et, parmi les 44 premiers volumes du Bulletin de la Société royale des Sciences de Liège de 1932 à 1975, il n'y a que les tomes 23, 29

et 36 auxquels Godeaux n'a pas contribué, infidélité largement compensée par les cinq ou six articles que contiennent, en moyenne, les autres volumes. »
La liste de Godeaux s'étend sur 54 pages. Elle est structurée. D'abord par pays: Belgique, France, Italie, Espagne, Portugal, Amerique du sud, Pays-Bas, Allemagne, Pays de l'Est. Ensuite, par titre de journal. Ensuite de manière chronologique. Les livres sont rangés à la fin: nous en relevons 26 et il y a encore 12 cours.

13. SOCIETÉ MATHÉMATIQUE de BELGIQUE

En 1921, Lucien Godeaux, Théophile De Donder (1872-1957) , Alfred Errera (1886-1960) et Henri Bosmans (1852-1928) fondent, avec d'autres, la SMB (Société Mathématique de Belgique) qui est devenue une société robuste et réputée. Aujourd'hui, bilinguisme et visibilité internationale obligent, elle est devenue la Belgian Mathematical Society (1994). Dans la Notice Biographique consacrée à notre confrère Adolphe Mineur (1867-1950), Lucien Godeaux (1968c) éclaircit une des motivations des fondateurs à savoir faire revivre la revue Mathesis. Celle-ci avait été fondée en 1880 par Paul Mansion (1844-1919), élu à l'Académie en 1882 et Joseph Neuberg (1840-1926) élu à l'Académie en 1891. « Elle avait comme programme les mathématiques enseignées dans nos Facultés des Sciences ». Elle s'adressait aux étudiants de la dernière année de l'enseignement secondaire et des premières années de l'enseignement supérieur. Selon Lucien Godeaux (1968a), elle a rendu d'immenses services. Sa gestion fut longuement assurée par Adolphe Mineur.
Une brève histoire de la SMB, Société Mathématique de Belgique est due à Luc Lemaire (2004). Il confirme les objectifs des fondateurs: « Le but de la Société est de contribuer à la progression et à la diffusion des mathématiques en Belgique. Elle est concernée par les mathématiques, pures et appliquées, au sens le plus large. Elle tentera d'établir un lien permanent entre l'école secondaire et l'université ». Nous reconnaissons bien les idées de Lucien Godeaux.
Grâce à Paul Van Praag, nous avons obtenu la liste des Présidents successifs de la SMB-BMS.

De 1921 à 1923: Théophile De Donder (1872, 1957), ULB, élu à l'Académie en 1919
-1923-25: Henri Bosmans (1852-1928), Collège Saint Michel, Bruxelles
-1925-27: Alphonse Demoulin (1869-1947), U. Gand, ARB en 1905
-1927-29: Charles-Jean de La Vallée Poussin (1866, 1962), UCL et KUL, élu à l'Académie en 1898.
-1929-31: Adolphe Mineur (1867, 1950), ULB, Elu à l'Académie en 1927.
-1931-33: Lucien Godeaux (1887, 1975), U. Liège, Elu à l'Académie en 1930.
-1933-35: Alfred Errera (1886-1960), ULB
-1935-37: Emile Merlin (1875-1930), U. Gand
-1937-39: Fernand Simonart (1888, 1966), UCL, Elu à l'Académie en 1946.
-1939-45 Bony (Faculté Polytechnique deMons)???
-1945-47: Henri Germay (1894-1954), U.Liège
-1947-49: Georges Lemaître (1894-1966), UCL, KUL
-1949-51: Théophile Lepage (1901-1999), ULB, Elu à l'Académie.
-1951-53: Fernand Backes (1897-1985), U. Gand
-1953-55 Octave Rozet (Liège)
-1955-57: Louis Bouckaert (1909-1988), UCL, KUL
-1957-59, Paul Libois (1901-1991), ULB
-1959-61: Julien Bilo (1914-2006), U. Gent
-1961-63: Henri Garnir (1921-1985), U. Liège, Elu à l'Académie.
-1964-65: Robert Ballieu (1914-1980), UCL
-1966-67: Eduard Franckx (1907- ?), ERM.
-1968-69: Pol Burniat (1902-1985) , ULB, Elu à l'Académie.
-1970-71: Carl Clément Grosjean (1926- 2006), U. Gent
-72-73: René. Lavendhomme UCL
-74-75: Henri Breny ULg
-76-77: Alfred Warrinier KUL
-78-79: Robert Debever ULB
-80-81: Franz Bingen VUB
-82-83: José Paris UCL
-84-86: Richard Delanghe UGent
-86-88 : Paul Van Praag UMH
-89-92: Alain Verschoren UA.
-92-96: Luc Lemaire ULB
-96-99: Freddy Dumortier UHa
-99-02: Jean Schmets ULg

-02-05: Adhemar Bultheel KUL
-05-08: Catherine Finet UMH
-08-11: Stefaan Caenepeel VUB
-11-15: Françoise Bastin ULg
-15-   : Philippe Cara VUB

14. Le PROFESSEUR

Nous avons déjà rencontré le Professeur Godeaux sous divers angles dans la section 10. Revenons à ce personnage fascinant.
J'ai sous les yeux un magnifique cours de Géométrie Analytique de l'Ecole Royale Militaire, daté de 1925. Ce cours de 660 pages témoigne de l'enthousiasme de l'auteur pour les questions géométriques les plus profondes et les plus variées susceptibles de s'exprimer par l'Algèbre et l'Analyse. Il se situe résolument dans le cadre spatial. Dans ce registre, c'est un cours inhabituel, original et avancé, d'une grande beauté.
J'ai acquis ce livre en 1956, au moment d'entrer à l'université. Ce fut l'occasion de nombreuses bonnes surprises. J'ai rarement rencontré un texte de Géométrie analytique aussi vivant. Sa flamme m'est restée quand je suis devenu titulaire d'un cours de Géométrie Analytique de 1971 à 2002. La matière avait évolué et basculé vers les acquis de l'Algèbre linéaire. Mon admiration n'a pas diminué.
J'ai sous les yeux les Leçons de Géométrie Projective parues d'abord en 1932. Elles comportent un important préambule d'ordre historique et les sources qui se situent au 19è siècle. L'influence des Leçons de Géométrie projective d' Enriques parues en version française en 1930 est manifeste et clairement exprimée par Lucien Godeaux dans l' Autoportrait (Section 43). De nos jours et c'est bien naturel, d'autres développements provenant du 20è siècle, liés notamment aux travaux de Hilbert ainsi que Veblen et Young et à la Théorie des Immeubles de Tits après 1955, ont fortement modifié les vues dans ce domaine. Il convient d'ajouter que cet enseignement semble largement en voie de disparition alors que ses prolongements scientifiques déferlent.
Plus tard, cet ouvrage est devenu Godeaux-Rozet (1952a). Un livre que j'ai très longuement fréquenté dans les années 1950 et 1960. J'ai longuement enseigné la Géométrie Projective de 1971 à 2002. Je l'ai fait de manière très différente (Buekenhout-Doignon 1979). Je consulte encore ce classique fort original.

La voie d'Enriques et Godeaux fut, à mon estime, de convertir l'oeuvre visionnaire de Desargues remontant à 1639, en théorie accessible à tous les mathématiciens.
Et au cours ?
Citons Jongmans (1997): ‹‹ Professeur fougueux, Lucien Godeaux mettait sa coquetterie, pendant l'exposé, à ne jamais consulter son manuel, s'étant borné à jeter sur un minuscule bout de papier les énoncés des exemples à traiter ce jour-là ››.
Encore Jongmans (1997): ‹‹ Quand à ses assistants, ils disposaient d'une grande liberté dans leur activité scientifique personnelle, le signataire de ces lignes peut l'attester ››.
Un témoignage d'ancien étudiant, Amand Lucas qui se souvient que ce professeur d'Analyse couvrait clairement et longuement des grands tableaux sans jamais effacer et en disposant d'une petite fiche pour unique aide-mémoire.
Suivons encore [JPG]:
‹‹ Lucien Godeaux, esprit très intuitif, était doté d'une incroyable capacité de travail et d'une mémoire exceptionnelle qui se sont maintenues jusqu'à la fin de sa vie. Il savait transmettre à ses auditeurs sa passion et son enthousiasme. Pédagogue né, ses exposés étaient très clairs et très précis. Il parlait toujours sans notes, ne consignant sur des bouts de papier que les énoncés des exercices dont il aurait besoin.
Il était aussi d'une ponctualité légendaire; des générations d'étudiants en ont témoigné.
Les textes qu'il écrivait: cours, notes de mathématiques, livres, frappaient par la clarté, la précision et la concision du langage. Il rédigeait d'un jet, pratiquement sans ratures ni corrections. Il réfléchissait d'abord aux développements de ce qu'il allait écrire et sa prodigieuse mémoire faisait le reste.
Lucien Godeaux laissait à ses élèves et collaborateurs beaucoup de liberté dans leurs activités scientifiques personnelles. Il était toujours présent et disponible pour donner des avis sur le développement du travail en cours, pour redresser déviations ou erreurs éventuelles. Il prodiguait volontiers ses conseils et était très ouvert à la discussion. Un exemple parmi beaucoup d'autres: à l'examen, il admettait qu'un étudiant présente une démonstration autre que celle qu'il avait exposée ››.

15. Les ÉLÈVES

On a compris déjà que Lucien Godeaux se souciait de tous ses étudiants. Des témoignages s'imposent.
D'abord, suivons [JPG].
<< De 1926 à 1958, soit durant un peu plus de trente ans, tous les futurs ingénieurs et les futurs enseignants en mathématique sortis de Liège ont bénéficié de l'enseignement de Lucien Godeaux. Ils ont été marqués de façon durable; beaucoup en ont témoigné et même chez les jeunes générations arrivées après sa mise à la retraite, il est connu et admiré. Parmi ses disciples, cinq présentèrent l'Agrégation de l'Enseignement Supérieur: Octave Rozet (professeur à l'Université de Liège), Pol Burniat (professeur à l'Université Libre de Bruxelles), Léon Derwidué (professeur à la Faculté Polytechnique de Mons), François Jongmans et Louis Nollet (professeurs à l'Université de Liège). En outre, il accueillit de nombreux élèves étrangers , venus parfaire leur formation, parmi lesquels Luc Gauthier (France), J.O. Stuban (Norvège), Joseph Metelka (Tchécoslovaquie), Bernard d' Orgeval (France) et Paulette Lévy-Bruhl(France). Il entretenait une abondante correspondance avec ses collègues et amis belges et étrangers se tenant ainsi au courant de l'évolution des idées et des orientations prises par la recherche >>.

Au IIè Congrès National des Sciences en 1935, Lucien Godeaux (voir Godeaux 1935b), livre une liste impressionnante de << Travaux publiés par les élèves des cours de Géométrie". Il y a 29 auteurs parmi lesquels je reconnais Pol Burniat et Octave Rozet (19 articles). Il y a 67 publications réparties dans le Bulletin de l'Académie, les Mémoires de la Société Royale des Sciences de Liège, le Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège et Mathesis. Ces publications s'étendent de 1927 à 1935. Encore un grand exploit de Lucien Godeaux qui a su amener des étudiants très jeunes à une recherche authentique et à se surpasser. J'ai toujours partagé cette vision de la recherche.

Situons encore quelques disciples qui allaient développer une carrière académique: Octave Rozet (1907-?), Pol Burniat (1902-1975) élu à l'Académie en 1962, reconnu aujourd'hui pour les "Surfaces de Burniat",

Léon Derwidué (1914-1971) que nous avons suivi souvent ici avec admiration et dont il est plus longuement question dans la Section 41, Louis Nollet (1921- ?) et François Jongmans né en 1921 qui nous a souvent guidé durant l'élaboration du présent travail (Jongmans 1997).
Je veux mentionner encore deux disciples qui échappent largement à mon enquête. D'abord Marcel Linsman, auteur d'un Mémoire publié par l'Académie en 1938 et Chef de travaux à l'Université de Liège en 1947. Son oeuvre est évoquée dans Godeaux (1949-1950). Ensuite, Luc Gauthier (1913-1981), professeur à Nancy puis Paris, qui appartient à la Géométrie algébrique et qui fut invité comme conférencier au Séminaire Bourbaki en 1950.

Les cours clandestins à l'ULB 1941-1944

Je cite, grâce à Paul Van Praag, un émouvant témoignage d'étudiante dans lequel Lucien Godeaux joue un rôle. Le texte est emprunté à Laporte (2007). Le récit débute à l' Université libre de Bruxelles.
<<A la fin de mes études moyennes en 1941, je suis entrée à l'Université, je me suis inscrite en Sciences Physiques. Je suis entrée en octobre 1941 et l'Université a fermé quelques jours après la Saint-Verhaegen, le 25 novembre 1941.
Nous étions au cours de géométrie du professeur Libois, quand on est venu l'appeler. On se rendait compte qu'il se passait quelque chose d'important. Monsieur van den Dungen qui était à ce moment-là Recteur, est arrivé et nous a annoncé que l'Université allait peut-être devoir fermer. Des pourparlers étaient en cours: l'autorité occupante voulait imposer trois professeurs en Philologie germanique. Il nous a demandé de rester groupés le' plus longtemps possible et attendre les nouvelles. Nous avons attendu. Nous sommes restés groupés en sortant de l'auditoire. Mais nous avions l'espoir que l'Université rouvrirait.
On s'est échangé nos adresses et nous avons convenu de nous réunir tel jour pour se tenir au courant. Le lieu de ralliement était au 53 de la rue de l'Élan, chez moi. Mon domicile n'était pas loin de l'Université et je savais que je pouvais demander cela à maman. Papa était prisonnier en Allemagne.
Notre groupe se composait de cinq participants.
On s'est mis à travailler en contact avec un ou deux professeurs, dont Monsieur Lepage, professeur d'analyse mathématique. On se regroupait

dans l'unique pièce chauffée de la maison. C'était la cuisine-cave comme dans toutes les maisons bruxelloises. Cette pièce était relativement confortable et suffisamment spacieuse. Nous avions un grand tableau noir, celui de mon enfance. On avait ainsi un auditoire improvisé.
L'organisation des cours était une histoire compliquée. Il n'y avait aucune directive si ce n'est d'avoir un contact avec les professeurs; moi, je n'ai connu que Monsieur Lepage. Les cours avaient un aspect provisoire parce qu'on espérait toujours que les cours officiels reprennent ... jusqu'au jour où on a su que c'était fini.
Notre organisation fonctionnait très bien, on avait une merveilleuse locomotive qui était Léon Van Hove.
Nous avons appris que la ville de Bruxelles organisait, de manière non officielle, les cours de l'Université. Ces cours n'étaient pas dispensés par les professeurs de l'Université, parce que, eux ne pouvaient strictement pas travailler mais par des assistants, des chercheurs, des professeurs d'athénée qui nous transmettaient leur savoir.
Ces cours publics de la ville de Bruxelles existaient déjà avant l'occupation. Ils se donnaient dans plusieurs locaux de la ville: aux Arts et Métiers pour les laboratoires, à la clinique Antoine Depage, face à la Faculté de Médecine, où nous avions les labos de chimie. J'ai moi-même demandé au Lycée d'Ixelles si on pouvait disposer d'un local pour le cours de Madame De Bever.
En fait, on se débrouillait tant bien que mal. C'était le règne de la débrouille !
Nous étions une quarantaine d'étudiants inscrits en première candidature à la faculté des Sciences et si je me souviens bien, nous étions 11 en Physique. Nous sommes 6 à être passés en seconde candidature, par la filière relativement officielle du Jury Central, cinq en mathématiques et moi en Physique. Beaucoup avaient, en effet, dû abandonner cette filière pour différentes raisons (juifs, travail obligatoire en Allemagne, éloignement) et entrer dans une filière complètement clandestine.
Les étudiants étaient extrêmement motivés, et le taux de réussite a été assez bon.
Quand les cours de la Ville de Bruxelles ont cessé, dans notre groupe du départ, nous étions un peu mieux structurés. Nous savions à ce moment-là où nous allions et que nous préparions le Jury Central. c'était le but que nous nous étions fixés.

Nous avons tous réussi. Le jury central, pour nous, se tenait à Gand, et nous étions interrogés par des professeurs de trois universités, Liège, Louvain et Gand. Les professeurs de Gand nous interrogeaient très gentiment en français. On était même interrogés sur nos cours. Par exemple, en physique: le professeur était de Gand et nous interrogeait sur le cours d' Henriot. Il était extrêmement gentil. Pour le cours d'analyse mathématique, c'était un professeur de Louvain. En géométrie, c'était Godeaux de Liège, il était charmant, il nous aidait, réellement, il connaissait bien le cours enseigné par van den Dungen.
La deuxième candidature s'est déroulée d'une manière un peu différente. Il a fallu organiser des laboratoires, qui n'étaient pas les mêmes nécessairement pour les physiciens et les mathématiciens. A certains moments, j'ai rejoint les cinq de la filière de polytechnique. pour les laboratoires, je les ai faits soit avec les chimistes, soit avec les ingénieurs. Ma deuxième candidature s'est terminée en 1943.
Alors nous avons entamé la licence toujours dans le même état d'esprit. Mais nous étions beaucoup plus dispersés. Il y avait deux cours de mathématiques qui se donnaient chez moi. Les cours étaient dispensés dorénavant par les professeurs de l' Université eux-mêmes.
Le niveau de savoir nécessitait, en effet, leur présence. Une grande confiance régnait.
J'avais un cours de chimie-physique, supervisé par Prigogine, qui était donné par Victor Mathot, et qui se déroulait à Schaerbeek près de la place Meiser. Pour les laboratoires, il y en avait de deux sortes: un avec les polytechniciens aux Arts et Métiers, l'autre sur l'électronique à Forest dans un laboratoire privé, près de l'Altitude Cent.
Nous sommes en 1944, on approche de la Libération, la vie est de plus en plus difficile. Juste après le débarquement (le 6 juin) plus rien ne fonctionnait, même les trams. Il n'y avait plus de gaz. Je vois encore maman qui mettait les casseroles les unes sur les autres sur un petit radiateur électrique que nous avions. Il n'y avait plus de charbon. On allait en vélo chercher du bois en bordure de forêt et tout le monde faisait la même chose.
Le Jury Central devait se dérouler au mois d'août. Cette année-là, il n'a évidemment pas eu lieu. Le 3 septembre, Bruxelles était libéré. Les examens se sont organisés, si je me souviens bien, en octobre.
L'Université a donc rouvert sur une session d'examens. Les cours n'ont

véritablement recommencé qu'en janvier 1945. Les deux filières, celle du Jury Central, et l'autre clandestine, se sont retrouvées à l' Université. Pour ma part, je suis restée seule en Physique. J'ai fait mon mémoire en physique expérimentale, en radioactivité. J'ai terminé mes études en tant qu'élève assistante. Les jeunes gens avaient perdu plus de temps que les filles. J'ai fait mon mémoire dans le laboratoire de Guilissen qui venait d'être fusillé par les nazis. Madame Kipfer m'a désignée pour encadrer les étudiants.
Je suis restée assistante à l'Université pendant 8 ans, jusqu'en 1953.
Je suis passée progressivement de l' Université vers le Lycée Émile Jacqmain où j'ai terminé ma carrière.
J'aimais l'enseignement ».

Le texte cité comprend une photo du groupe d'étudiants où se reconnaissent Lydia Nemirovski, Garabet Garikian, Léon Van Hove, André Debels et Françoise Laporte. Parmi ces personnes, Léon Van Hove (1924-1990) allait devenir un grand nom de la physique. Il fut Membre de l'Académie, élu en 1961. Au passage, nous avons également reconnu nos Confrères Emile Henriot (1885-1961) élu en 1933, Frans van den Dungen (1898-1965) élu en 1936, Théophile Lepage (1901-1991) élu en 1948 et Ilya Prigogine (1917-2003) élu en 1953. Le cours de van den Dungen que " Godeaux de Liège" connaissait si bien était celui de Mécanique Rationnelle.
Notons encore que Françoise Laporte épousera Adolphe Festraets, professeur de mathématique et de physique à l'Athénée d'Ixelles et Président de la SBPM, la Société Belge des Professeurs de Mathématique (Section 15) dont Lucien Godeaux fut Président d'honneur. Leur fille Madeleine Festraets est professeur de Physique à la Haute Ecole Paul-Henri Spaak de Nivelles.
Un clin d'oeil supplémentaire des étudiants de l'ULB: à mon époque, soit 1956-1960. " Godeaux de Liège" était souvent cité. Nous savions notamment qu'il était l'auteur de divers livres de Géométrie et il était possible de les emprunter à la Bibliothèque. Son surnom provenait du fait qu'en Faculté Polytechnique à l'ULB, le professeur d'Analyse Mathématique s'appelait Robert Godeau. Nous savions que Lucien Godeaux était un mathématicien de très haut niveau.

16. TRAVAUX de SYNTHÈSE

L'oeuvre géométrique de Lucien Godeaux exige une étude à la fois détaillée et synthétique. Une très vaste étendue de détails ne m'est pas accessible et le serait-elle que le temps manquerait pour une étude sérieuse. Il convient de structurer selon des thèmes et de se consacrer à l'un d'eux. L' autoportrait (Section 43) et la présentation faite par Florent Bureau (Section 42), livrent des pistes. Ce travail est superbement poursuivi et creusé par Léon Derwidué (1967) que nous allons suivre longuement dans son adresse au Maître.
Je me permets respectueusement d'y insérer entre crochets les références aux textes de Lucien Godeaux afin de faciliter un suivi.

<< Déjà lors de votre passage à l' École militaire, vous aviez manifesté des soucis de synthèse, notamment à l'occasion de votre monographie sur les travaux de R. Torelli déjà cité. Cette tendance va maintenant se développer. dans votre mémoire "La géométrie de la cubique gauche" [Godeaux 1927a]. Vous rassemblez les résultats obtenus par Stuyvaert et par vous-même et dégagez les problèmes restés en suspens. Ce sera plus tard l'origine de la thèse de doctorat de Louis Nollet, l'une des plus remarquables réussites de l'école. Puis, dans un fascicule du Mémorial des Sciences Mathématiques, vous rassemblez les idées éparses dans 61 publications sur les transformations birationnelles du plan [Godeaux 1927b]. Vous continuez votre prospection par un second fascicule de cette collection, paru en 1934 et réunissant l'essentiel de 196 publications sur les transformations birationnelles de l'espace [Godeaux 1934a]. Parallèlement, une autre collection française, les Actualités Scientifiques et Industrielles, recueille vos exposés sur "les questions non résolues de géométrie algébrique" [Godeaux 1933a], sur "les surfaces non rationnelles de genres arithmétique et géométrique nuls" [Godeaux 1934b], sur " la théorie des surfaces et l'espace réglé" [Godeaux 1934c] et sur "les involutions cycliques appartenant à une surface algébrique" [Godeaux 1935a].
Ces deux derniers fascicules sont en réalité des résumés de vos propres travaux dans deux directions que vous avez spécialement cultivées et au sujet desquelles il convient de s'arrêter.

La " théorie des surfaces et l'espace réglé" [Godeaux 1934c] n'est rien d'autre que la synthèse de vos travaux de Géométrie projective différentielle, dont l'idée a mûri depuis le Congrès de Toronto. Cette idée consiste à interpréter une surface comme le complexe lieu de ses tangentes. Son point de départ est, d'une part, les profondes recherches d'Alphonse Demoulin, un autre grand géomètre belge, sur les quadriques de Lie et leur enveloppe, et d'autre part, un important théorème de Bompiani et Tzitzeica concernant la correspondance, dans une transformation de Laplace, des tangentes aux asymptotiques de la surface en un point de celle-ci. Dans une cinquantaine de publications, vous développez et approfondissez considérablement ces résultats; vous esquissez notamment la théorie des surfaces dont les quadriques de Lie n'ont qu'un nombre fini de points caractéristiques et étudiez en détail le cas particulier où ce nombre est deux. Vous associez ensuite à chaque point d'une surface une suite de quadriques, connue aujourd'hui sous le nom de "suite de Godeaux", qui joue un rôle important dans toutes ces questions et qui est notamment très utile dans l'étude des congruences W de droites. Ces travaux ont suscité de nombreuses recherches et parmi les mathématiciens qui s'en sont inspiré, il convient de citer Finikoff, Buchin-Su, Chenkuo-Pa, Mentre, sans oublier O. Rozet, qui vous a partiellement succédé à l'Université de Liège.
Le fascicule sur les involutions cycliques appartenant à une surface algébrique résume des travaux que vous poursuivez depuis vos premiers contacts avec F. Enriques, lors de votre séjour d'études à l' Université de Bologne. La question à résoudre est fondamentale pour l'étude des correspondances algébriques et consiste dans la détermination de la structure des points unis isolés de ces correspondances. Dans l'impossibilité d'envisager d'emblée le cas général, en raison de sa complexité, vous envisagez d'abord le cas des involutions cycliques d'ordre premier, n'ayant qu'un nombre fini de points unis, appartenant à une surface algébrique. Vous commencez par étudier le cas de surfaces particulières (celles de genres un et de bigenre un, dont il a déjà été question plus haut). Dès que vous avez le sujet bien en mains, vous créez des méthodes, multipliez les procédés d'investigation, contrôlez vos résultats par des exemples et parvenez ainsi petit à petit à une théorie générale dans laquelle un point uni apparaît comme une sorte d'arbre issu d'une première fourche à deux branches, sur chacune desquelles se

greffe une nouvelle fourche à deux branches et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'on aboutisse à ce que vous appelez des points unis parfaits. A un point uni correspond, sur une image de l'involution, un point singulier dont la structure est liée à celle du point uni. Vos procédés conduisent également à la description de cette structure. Dans le fascicule des actualités Scientifiques et Industrielles, la solution complète du problème, était encore loin d'être obtenue. Depuis, les lacunes de la théorie ont été comblées et les résultats définitifs ont fait l'objet de publications dans les mémoires de l'Académie en 1938, 1941, 1950 et 1952 et d'un volume des Monografie Matematiche del Consiglio Nazionale delle Ricerche (1963) [Godeaux 1963]. Les résultats obtenus jusqu'en 1941 ont été consignés dans le fameux ouvrage de F. Severi "Serie, Sistemi d'Equivalenza e Corrispondenze Algebriche sulle Varieta Algebriche" (Rome, 1942).
Les applications les plus importantes que vous avez faites de la théorie des involutions cycliques ont déjà été mentionnées ci-dessus. Précisons qu'avec la surface du 6è ordre d' Enriques passant doublement par les arêtes d'un tétraèdre, les seules surfaces connues de diviseur de Severi supérieur à un furent pendant longtemps celles que vous avez construites dès 1914. On ne peut non plus passer sous silence vos constructions d'involutions rationnelles sur des surfaces de genre géométrique plus grand que zéro, et vos constructions de surfaces de genres arithmétique et géométrique nuls mais de bigenre supérieur à un. Ce sont ces constructions qui apportaient une réponse affirmative aux questions d'existence posées par des travaux d' Enriques et de Severi dont il a été question ci-dessus. Elles sont décrites, avec d'autres questions dans le fascicule "Sur les surfaces non rationnelles de genres géométrique et arithmétique nuls" [Godeaux 1934b] ».

Je me permets quelques commentaires. Dans l'analyse de travaux qui précède, nous relevons sept sujets traités dans neuf ouvrages par le Maître en personne et qui constituent des synthèses importantes de ses travaux. Il convient me semble-t-il d' y adjoindre le texte sur les " Correspondances entre deux courbes algébriques " (Godeaux 1949c). Voilà des bases de départ pour une étude poussée. Dans ma modeste contribution, j'ai surtout tenté de suivre les " Surfaces algébriques non rationnelles de genres arithmétique et géométrique nuls" (Godeaux

1934b) qui conduisent aux Surfaces de Godeaux, elles-mêmes au centre de recherches actuelles intenses comme nous le voyons dans les sections 38 et 39.

Poursuivons brièvement.

Les cubiques gauches (Godeaux 1927) sont incontestablement des objets de grande importance à de nombreux points de vue et qui se rencontrent souvent. Je dirais même plus. Ces courbes sont une priorité dans tout enseignement de Géométrie algébrique qui n'est pas restreint aux courbes planes. Elles relèvent notamment d'une représentation irréductible des groupes PGL(2, K) où K est un corps commutatif. Elles importent en géométrie finie et en théorie des codes. Avec les coniques, elles s'insèrent parmi les " courbes normales " qui sont les plus simples des courbes algébriques hyperspatiales. Dans Hirschfeld (1985), un traité de Géométrie finie, un chapitre de trente pages est consacré aux "twisted cubic curves".

J'ignore comment les travaux de Stuyvaert et de Godeaux se raccordent à l' état présent de ce sujet mais cette question doit nous intéresser.

Enfin, dans l'Autoportrait (Section 43) on voit comment les cubiques gauches furent mêlées aux transformations birationnelles de l'espace.

Notons ici une publication prestigieuse (Godeaux 1934d) dans l'American Journal of Mathematics qui associe les transformations birationnelles et les cubiques gauches dans son titre. Elle fait suite à une note de Purcell qui reprenait lui-même une idée de Montesano bien plus ancienne.

Les transformations birationnelles (Godeaux 1953 et 1934a) et les involutions cycliques (Godeaux 1963) constituent un sujet d'étude et de recherche actuel. Un exemple intéressant est Pan, Ronga, Vust (2001) dans une revue de haut niveau, les Annales de l'Institut Fourier. Les auteurs travaillent à Porto Alegre (Brésil) et Genève. Ils reprennent un thème classique à savoir la classification de transformations birationnelles dans l'espace projectif P^3 de dimension 3. Un bref extrait de leur introduction: << Il existe une littérature abondante sur les transformations birationnelles de P^2 et P^3 jusque dans les années 1920; on pourra consulter Berzolari (1933), Hudson (1927), Snyder e.a. (1970) pour l'état de la question à cette époque. Puis le sujet s'est démodé >>. Il conviendrait d'examiner ces références anciennes pour les situer vis-à-vis des travaux de Godeaux.

Lucien Godeaux nous apporte encore un prolongement dans [Not LG]:
« Nous sommes revenu en 1940 sur les transformations birationnelles pour en donner une représentation hyperspatiale par une surface ou une variété à trois dimensions, ce qui permet de retrouver facilement les formules régissant ces transformations (Godeaux 1949c). Ce fut l'objet de conférences à Rome, Bologne, Bordeaux, Cambridge (U.S.A.), Bari ».
Quant aux involutions cycliques, il s'agit d'un outil standard de la Géométrie algébrique, notamment pour l'étude des Surfaces de Godeaux.

17. LE CONGRÈS DES SCIENCES MATHÉMATIQUES à LIÈGE en 1939

En 1939 fut organisée à Liège, une Exposition Internationale de l'Eau. C'est grâce à l'initiative et à la généreuse intervention de son Commissariat Général qu'un Congrès des Sciences Mathématiques fut possible. Celui-ci a constitué en parallèle, la première section du 63è Congrès de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences. La présidence fut assurée par Lucien Godeaux dont on retrouve la patte de brillant organisateur dans tous les aspects et les détails de l'événement y compris la publication des Comptes Rendus (Godeaux 1939a). Le Président d'honneur fut Elie Cartan, Membre de l'Institut. Parmi les autres organisateurs, nous reconnaissons Alfred Errera, Fernand Simonart et Florent Bureau. Celui-ci fit en quelque sorte le pont avec l'Exposition de l'Eau par un exposé consacré à l'étude de l'Hydrodynamique. Les conférenciers et auteurs d'articles comprennent Paul Montel (Paris), J.-G. van der Corput (Groningue), Elie Cartan (Paris), J.-A. Barrau (Utrecht), Szolem Mandelbrojt (Paris), Henri Lebesgue (Paris), W. van der Woude (Leyde), Otto Blumenthal (Delft), R.-H.-J. Germay (Liège), Paul Gillis (Bruxelles), G. Van der Lijn (Bruxelles), Jean Teghem (Bruxelles), H. Lorent (Bruxelles), Fernand Simonart (Louvain), Pol Burniat (Bruxelles), O. Rozet (Liège), Linsman (Liège), L. Derwidué (Liège), Th. Lepage (Bruxelles), Kraitchik (Bruxelles), Alfred Errera (Bruxelles), Guy Hirsch (Bruxelles), Paul Libois et Pierre Defrise (Bruxelles), Luc Gauthier (Bourg-en-Bresse), Lucien Godeaux (Liège) et T. Lemoyne (Paris). Soulignons qu'avec Mandelbrojt il est permis d'affirmer

également la présence de Nicolas Bourbaki qui publiait son premier livre précisément en 1939 et qui s'était constitué en 1935.
Dans la gestion de cet événement, nous reconnaissons plusieurs traits caractéristiques des organisations ultérieures comme les Colloques du C.B.R.M. Un plan précis et fédérateur. La recherche de subsides. La communication et le rassemblement. Le contact stimulant de jeunes mathématiciens belges avec des grands experts étrangers.

18. CONGRÈS de l' UNION MATHÉMATIQUE INTERNATIONALE

Le Congrès International des Mathématiciens, initié à Zurich en 1897, a balisé l'histoire des mathématiques du 20è siècle. C'est au Congrès de Paris en 1900 que David Hilbert (1862-1943), élu à l'Académie Royale de Belgique en 1912 et radié en 1919, énonce 23 problèmes devenus fameux et dont l'exemple s'est perpétué en 2000. Après la Première Guerre Mondiale (1914-1918), se constitue l'Union Mathématique Internationale (1920) dont le premier président est notre illustre compatriote Charles-Jean de La Vallée Poussin (1866-1962), élu à l'Académie en 1908. L'UMI sera dissoute en 1936 et refondée en 1951.
Pour plus de détails historiques sur les débuts de l'UMI, nous renvoyons à Curbera (2007).
Le Congrès se tient tous les quatre ans. C'est à cette occasion que sont remises les célèbres Médailles Fields depuis 1936.
Ne manquons pas de rappeler ici que deux belges figurent parmi les lauréats: le Vicomte Pierre Deligne, né en 1944, lauréat en 1978 et Jean Bourgain, né en 1954, lauréat en 1994. Ces deux mathématiciens fameux font leur carrière à l' Institute for Advanced Study de Princeton. Ils ne sont pas répertoriés parmi les listes récurrentes des 100 belges les plus fameux et pourtant grâce à eux, " c'est comme si la Belgique avait gagné la Coupe du Monde de football".
Lucien Godeaux a compris l'importance de ce rassemblement et il y sera fidèle. C'est ainsi que s'égrènent dix Congrès : Toronto (1924), Bologne (1928), Zurich (1932), Oslo (1936), Cambridge USA (1950), Amsterdam (1954), Edimbourg (1958), Stockholm (1962), Moscou (1966) et Nice (1970). Il est l'auteur d'une communication dans les neuf premiers.
Encore une grande et double performance: présence et communication en marathonien.

19. Le GROUPEMENT des MATHÉMATICIENS d' EXPRESSION LATINE

Suivons André Marchaud (1958): << C'est à Pavie en octobre 1955 que fut étudié le projet d' une Réunion des Mathématiciens d'expression latine. En marge du Cinquième Congrès de l'Unione Matematica Italiano, les dirigeants de cette Association, ceux du Centre Belge de Recherches Mathématiques et de la Société Mathématique de France s'étaient en effet rencontrés sur la proposition du Professeur Giovanni Sansone , << pour étudier la possibilité d'une Réunion, qui pourrait grouper des mathématiciens belges, espagnols, français, italiens, portugais, roumains et suisses, ainsi que des mathématiciens de l'Amérique latine et du Canada, réunion qui permettrait à ces mathématiciens de mieux connaître leurs travaux respectifs et de mieux se connaître personnellement >>.
Lucien Godeaux en était: il aurait pu représenter chacune des trois associations initiales.
La présidence du Groupement fut assurée par André Marchaud. Les vices-présidents furent Lucien Godeaux et Giovanni Sansone. Parmi les membres du comité figurait Théophile Lepage (1901-1991), élu à l'Académie Royale de Belgique en 1948.
Une première réunion de congressistes fut organisée à Nice en 1957: ils étaient 150. Un des conférenciers fut Jean Leray.
La deuxième réunion se fit en 1961 à Florence et Bologne. C'est là que Jacques Tits présenta son travail fondateur qui allait devenir la théorie des immeubles et qu'il révéla son concept de Groupe à BN-paire dont Bourbaki ferait les Systèmes de Tits en 1968. Pour ces travaux, Tits reçut le Prix Abel de Mathématique en 2008.
Lucien Godeaux assura la présidence de l'association de 1962 à 1966.
La troisième réunion se fit à Namur en 1965. Un des conférenciers fut Marcel Berger. Son titre: Sur les variétés d'Einstein compactes (20 pages).
Pour la réunion suivante, nous disposons d'un rapport de Lucien Godeaux publié dans le Bulletin de la Classe des Sciences, Tome 55, 1969, 974-975: "Rapport sur le IVéme Congrès des mathématiciens d'expression latine, Bucarest-Brasow, du 17 au 24 septembre 1969".

J'ignore ce que cette organisation est devenue par la suite et je n'ai pas été en mesure de consulter des Comptes Rendus.

20. PRÉSENCE ACADÉMIQUE et CONGRÈS NATIONAUX des SCIENCES

Un exemple à promouvoir parmi les membres de l'Académie: chacun des livres de Lucien Godeaux porte, sous le nom de l'auteur, la mention "Membre de l'Académie royale de Belgique" puis celle de " Professeur à l' Université de Liège". Jeune étudiant, c'est par ce canal que j'ai appris l'existence de l'Académie et que j'ai su aussitôt son prestige.
Lucien Godeaux est entré à l'Académie en 1930. Il a été Directeur de la Classe des Sciences en 1947.
Le rôle de Lucien Godeaux au sein de l'Académie est explicité dans plusieurs sections de ce travail notamment sur le terrain des Notices Biographiques (voir section 21) et, il convient d'y insister, la publication de 500 articles dans le Bulletin de la Classe des Sciences et les Mémoires de l'Académie, répartie sur près de 70 années.
Citons Jongmans (1997): ‹‹ Au sein de l' Académie de Belgique, il joua un rôle très actif, notamment par sa participation à la Commission de la Biographie nationale et à celle des Biographies académiques, et par son entrée dans deux Comité nationaux, celui de Mathématique qu'il présida et, celui de Logique, d'Histoire et de Philosophie des Sciences. Lorsque l'Académie se mit en devoir de publier un Florilège des Sciences en Belgique pendant le XIXè siècle et le début du XXè, Lucien Godeaux présida la commission instituée à cet ceffet, supervisant l'élaboration d'un volume de plus de mille pages, paru en 1968, pour lequel il rédigea, en outre, un exposé général sur les mathématiques et deux notices biographiques, celle de Paul Mansion et celle de Charles-Jean de La Vallée Poussin ››.
L'exposé général sur les mathématiques cité ci-dessus par François Jongmans est une " Esquisse de l'Histoire des Mathématiques en Belgique pendant le XIXè siècle et la première moitié du XXè ". Godeaux (1943) y fait preuve de sa modestie coutumière tout en témoignant d'une connaissance encyclopédique.

Congrès National des Sciences

Trois Congrès Nationaux des Sciences furent organisés en 1930, 1935 et 1950. Des Comptes Rendus impressionnants furent publiés.

Lucien Godeaux y joua un rôle important. Il y a six publications dues à Lucien Godeaux dont (Godeaux 1930, 1935b, 1935c).

En 1930 le Congrès célèbre le Centenaire de la Belgique. La 1ère Section, celle des Mathématiques, est présidée par Adolphe Mineur au titre de Président de la Société Mathématique de Belgique. Les Vice-Présidents sont MM. Alliaume, Bouny, Deruyts, L. Godeaux, Piron, Van Deuren. Le secrétaire est M. Rose.

Dans son allocution d'ouverture, Mineur ne manque pas d'évoquer le mathématicien brugeois Simon Stevin « que l'historien des mathématiques feu le R. P. Henri Bosmans appelait le plus illustre des Belges ». Il poursuivait:

« La Belgique a eu, à toutes les époques, des mathématiciens comparables aux meilleurs des autres pays, et si notre enseignement mathématique atteint un niveau de plus en plus élevé, le mérite en revient à ceux qui, en ayant accepté la charge, se montrent dignes de la mission qui leur est confiée ». Heureuse époque !

Des communications furent faites par MM. R. Deaux (deux), A. Delgleize, E.Heuchamps, P. Libois, Fouarge (deux), L. Godeaux (deux), de La Vallée Poussin, Th. De Donder, Th. Lepage, Bruwier, Simonart, A. Errera, Kraitchik, Alliaume, F. van den Dungen et Germay.

Arrêtons-nous à l'article de Godeaux (1935d) consacré aux involutions ayant un nombre fini de points unis appartenant à une surface algébrique. Il y fait la synthèse et l'histoire de ses premiers travaux sur les surfaces algébriques dans le sillage d' Enriques en huit pages avec une liste de 53 publications à son actif de 1912 à 1930. Ce thème majeur de son oeuvre est repris dans son Autoportrait (Section 43). Il s'agit d'une pièce dans la structuration de l' Oeuvre de Godeaux que nous avons abordée dans la Section 10.

Deuxième Congrès National des Sciences: le président de la section des Mathématiques est Ch. J. de La Vallée Poussin, les vice-présidents sont A. Demoulin et L. Godeaux. Le secrétaire est A. Piron, préfet de l'Athénée royal de Bruxelles. Le délégué au comité exécutif du Congrès est A. Errera. Des communications sont présentées et publiées par E. Lahaye, F. Simonart, P. Burniat, M. Deweck, M. Barzin, E.W. Beth, A.

Errera, H. Lebesgue, M. Morand, Th. Lepage, A. Delgleize, E. Heuchamps, L. Godeaux, R. Godeau et G. Bouligand
Le grand Henri Lebesgue parle “A propos des théorèmes belges sur les coniques”, une appelation classique dans le milieu géométrique international et curieusement peu connue dans notre pays. Ces théorèmes sont dûs à Quetelet et Dandelin.
Il convient de saluer la communication et l’article de Godeaux (1935c) dans lequel il évoque “ Un précurseur belge de la Géométrie Projective: Jacques-François Le Poivre”. Ce Montois dont la date et année de naissance demeurent inconnus est décédé en 1710. Il mérite de figurer aux côtés des Desargues, (1593-1662), Pascal (1623-1662) et La Hire (1640-1718) pour ses contributions à l’étude des coniques parues à Paris en 1704 et à Mons en 1708. Il fut mis à l’honneur par Michel Chasles en 1837 dans son célèbre “Aperçu historique sur l’origine et le développement des méthodes en Géométrie”, un Mémoire Couronné par l’Académie Royale de Belgique.
Une autre communication de Lucien Godeaux décrit l’enseignement de la Géométrie à l’ Université de Liège (Godeaux 1935b). Nous y revenons dans la Section 15 consacrée aux élèves de Lucien Godeaux.
Relevons encore la présence de Pol Burniat, élève de Lucien Godeaux, dont la communication se fait “ Sur les surfaces de bigenre un de S_4”.

Les premières publications de Burniat, comme étudiant, inspirées par les cours de Lucien Godeaux, remontent à 1931.
J’ai peu de détails sur le Troisième Congrès National des Sciences en 1950. Le Président d’honneur du Congrès fut Charles-Jean de La Vallée Poussin. Le nombre total de participants est de l’ordre de 500. Lucien Godeaux y contribue par deux notes. Je relève deux articles en deux pages de Jacques Tits, alors âgé de 20 ans: “Généralisation d’un théorème de Kerékjarto” et “ Collinéations et transitivité ”.

21. THÈSE d’ AGRÉGATION de PAUL LIBOIS à BRUXELLES

Paul Libois (1901-1990) fut l’assistant d’Adolphe Mineur à l’Université libre de Bruxelles à partir de 1924 et il devint son successeur en 1937. Il fut membre du Comité de la Société Mathématique de Belgique dès 1924 et il a dû rencontrer Lucien Godeaux dans ce cadre. Ne perdons pas de vue que Mineur et Godeaux se rencontraient régulièrement à l’Académie.

Toujours est-il que Libois alla (probablement) étudier à Rome avec Enriques en 1928-29 (Bruffaerts (1994)). Il y fut en 1934 et il devint un disciple admiratif et zélé d'Enriques. Cette vénération fut transmise à ses élèves dont je suis. Il fut conduit à l'exploration des surfaces, plus exactement de ce qu'on appelle les Plans Quadruples qui sont des revêtements algébriques quadruples du plan. Il allait développer la recherche d'une notion de point crémonien invariante par les transformations birationnelles. Ce projet évolua fortement chez son élève Pierre Defrise (1913-1984) et aboutit avec son disciple Jacques Tits en 1950, dans un travail qui demeure encore en avance sur son temps; nous donnons plus de détails dans la Section 24.
Sa Thèse d'Agrégation (Libois 1934) fut présentée en 1934. La Commission d'examen présidée par Adolphe Mineur, comprenait encore A. Errera, C. Lurquin, Th. Lepage, J.F. Cox et deux personnalités étrangères à la Faculté: Federigo Enriques et Lucien Godeaux. Quelle rencontre ! La thèse est peu connue aujourd'hui en raison de sa publication extérieure aux filières scientifiques courantes. Elle mériterait une réédition.
Suivons Libois dans sa présentation des plans multiples, un sujet dans lequel de nombreux travaux de Lucien Godeaux sont insérés.
<< L'étude des surfaces multiples, née en 1870 avec les travaux de Clebsch et de Noether sur les plans doubles rationnels, a donné lieu à de nombreux travaux que l'on peut classer schématiquement en trois groupes:

a. Théorèmes d'existence.
b. Propriétés des surfaces multiples non particulières.
c. Etude de certaines classes de surfaces multiples.

Bornons-nous, pour les deux premiers points, à signaler les deux mémoires fondamentaux d' Enriques [ici des références en 1924 et 1893] et indiquons avec quelque détail ce qui a été fait dans l'étude des classes de surfaces multiples.

De 1896 à 1900, Enriques et Castelnuovo consacrèrent trois mémoires importants aux plans doubles. Dans un mémoire de 1896, Enriques apportait une première contribution à l'étude des plans doubles non rationnels en recherchant les plans doubles de genres un. C'était le premier exemple d'une classification complète d'une famille de surfaces non rationnelles, en même temps que l'illustration de l'utilité de la notion nouvelle de plurigenre. Dans son mémoire de 1898, Enriques donnait une

classification complète des plans doubles de genre linéaire un. En 1900, Castelnuovo et Enriques donnaient une démonstration simple et précise des résultats de Noether relatifs aux plans doubles rationnels.
Les recherches sur les surfaces multiples particulières prennent une nouvelle direction en 1907, avec le mémoire d'Enriques et Severi relatif aux surfaces hyperelliptiques images multiples d'une surface de Jacobi. Les travaux relatifs à ces surfaces montrent l'intérêt des involutions appartenant à une surface algébrique et n'ayant qu'un nombre fini de points unis. Enriques et Severi avaient en effet démontré qu'une involution appartenant à une surface de Jacobi et possédant un nombre fini de points unis est engendrée par un groupe fini de transformations birationnelles de la surface en elle-même. Enriques étend ce théorème aux surfaces de genres un [1908] et Godeaux montre [1914] qu'il est vrai pour une surface quelconque. Ce théorème sera à la base d'un grand nombre de mémoires et de notes de Godeaux [voir Godeaux 1930 et Godeaux 1935d] consacrés à l'étude des involutions possédant un nombre fini de points unis, involutions situées sur des surfaces quelconques ou, plus particulièrement, sur des surfaces de genres un ou des surfaces de genres zéro et de bigenre un. Les involutions étudiées par Godeaux sont tantôt cycliques, tantôt abéliennes, tantôt non abéliennes.
Indépendamment des recherches de Godeaux, quelques géomètres étudient les involutions engendrées par un groupe fini de transformations birationnelles d'une surface en elle-même sans se limiter à celles de ces involutions possédant un nombre fini de points unis.
Bottari [1899] et Botasso [1908-1909] étudient les plans cycliques; Comessati [1930] dans un mémoire plus récent, étudie les surfaces multiples cycliques ››. Libois décrit alors son propre apport. Parmi d'autres découvertes, se situent des types de surfaces rencontrées précédemment par Godeaux en 1913. Il termine son Introduction comme suit.
‹‹ Une note, ébauche du présent travail a paru à Rome en 1934. Il m'est agréable de répéter ici combien j'ai été guidé dans l'élaboration de cette note, par les conseils patients et profonds de Federigo Enriques.
J'aime associer à cet hommage reconnaissant, le maître vénéré qui m'a initié à la large beauté mathématique, M. Adolphe Mineur.
Je tiens également à remercier M. le professeur L. Godeaux qui m'a indiqué l'intérêt que présenterait l'étude des plans quadruples abéliens

les plus simples. Les recherches de M. Godeaux relatives à des sujets connexes à celui traité dans ce mémoire m'ont, à plusieurs reprises, guidé utilement ».
Le travail de Libois possède des prolongements dûs à Pol Burniat et à Christiane Vandezande. Celle-ci produisit un Mémoire de licence original intitué « Plans octuples abéliens du type 2x2x2» en 1965. Chercheur FNRS, elle alla étudier à Milan. Elle y rencontra son futur mari et eut des enfants. Sa thèse quasi achevée trouve un abri à la cave.
En 1942, Denise Poisson, future Madame Warbecq, rédige un Mémoire de licence demeuré inédit, sur les plans octuples abéliens du type 2x4.
En 1951, Asriel Gutwirth obtient son doctorat sous la direction de Libois, « Sur une classe de plans multiples abéliens rationnels «. Il étudie les plans multiples abéliens du type pxp où p est premier. Pour p=2, il retrouve les résultats de Libois. La carrière de Gutwirth se développe à l' Université de Tel Aviv. Ses travaux sont cités dans le cadre international. En 1958 et 1959, Pol Burniat se sert des plans quadruples abéliens pour construire des types nouveaux de surfaces. C'est ainsi qu'il prouve l'existence de plans quadruples abéliens réguliers de genre géométrique nul et de genre linéaire absolu 3, 4, 5, 6 ou 7.
Tous ces travaux se réfèrent de manière significative à Lucien Godeaux.

22. HISTOIRE des MATHÉMATIQUES en BELGIQUE

Notre pays occupe une position importante dans l'histoire des mathématiques et même une position éclatante. C'est le fruit d'une activité d'une grande richesse. La proximité de la France, pays dominateur des mathématiques durant plusieurs siècles (voir Marcel Berger 2005) n'y est sans doute pas étrangère.
Lucien Godeaux est l' historien par excellence de ce sujet notamment en raison de sa connaissance étendue des mathématiques et, une fois de plus, à son travail gigantesque quant au fond du sujet. Le rôle central est constamment joué par les hommes qui ont fait les mathématiques. Aujourd'hui, il convient d'y associer un nombre grandissant de femmes. J'imagine volontiers que cette vocation d'historien a dû se trouver encouragée et nourrie sous l'influence de Federigo Enriques qui donnait à

l'histoire et à l'épistémologie un rôle central pour la compréhension du développement scientifique et qui a énormément contribué à ces questions. Lucien Godeaux s'inspira ainsi de son maître à penser.
Dans ce registre, nous rencontrons une curiosité, à savoir un des deux seuls articles de Godeaux publiés en collaboration (Errera, Godeaux 1930).
Dans son Esquisse des Sciences mathématiques en Belgique, Godeaux (1943) explique son souci: << Nous avons constaté maintes fois, au cours de notre enseignement, combien les élèves connaissaient peu l'histoire des Sciences. Il arrive même que dans un auditoire de licence en Sciences mathématiques, formé par conséquent de futurs professeurs de mathématiques, les noms de mathématiciens belges disparus depuis moins de cinquante ans sont totalement ignorés >>. Rien n'a changé. Quels sont les professeurs de mathématiques qui intègrent des informations historiques à leurs cours ? Et quels sont les manuels qui en font autant ?
Dans son texte de 60 pages, partant du 11è siècle, Lucien Godeaux nous présente environ 90 mathématiciens jusqu'au début du 19è siècle. J'ai souvent lu, relu et consulté ce document depuis cinquante ans. Il me surprend toujours et m'incline à le reprendre encore. C'est un texte incontournable pour l'histoire des mathématiques en Belgique. Il est reconnu comme tel par les experts.
Ce travail est prolongé dans (Godeaux 1949-1950) où l'auteur aborde des collègues de son époque. Il prend les précautions qui s'imposent:
<< Depuis quelque 45 ans, j'ai consacré la plus grande partie de mon temps à l'étude des Mathématiques; j'ai approfondi quelques questions, j'en ai effleuré quelques autres, mais il en est un beaucoup plus grand nombre que je n'ai pu étudier. C'est vous confesser mon ignorance et celle-ci m'oblige à demander votre indulgence. Il se peut que certaines questions paraîtront, à ceux qui m'écoutent, moins importantes que d'autres, alors qu'en réalité il en est autrement. Je prie l'auteur qui pourra se croire lésé de m'excuser: la Mathématique est vaste et ... la vie est brève ! >>

L'auteur énumère 35 mathématiciens belges actifs à la fin des années 1940 et donne une description brève mais judicieuse de leurs travaux que je crois surprenante. On rencontre de La Vallée Poussin, De Donder, Lepage, Gillis, Debever, Papy, Van Hove, Bureau, Garnir, Simonart, Ballieu, Alardin, Bruwier, Germay, Lahaye, Errera, Hirsch, Teghem, Delgleize, Backès, Lorent, Deaux, Goormaghtigh, Bilo, Libois, Defrise, Tits, Dedecker, Burniat, Rozet, Linsman, Derwidué, Jongmans, Nollet et Mme Legrain-Pissard. Bon nombre d'entre eux furent ou sont membres de l'Académie (de La Vallée Poussin, De Donder, Lepage, Gillis, Debever, Van Hove, Bureau, Garnir, Simonart, Lahaye, Errera, Backès, Tits, Burniat). Un panorama historique est repris dans Godeaux (1968a).

Plus récemment, des amplifications et des prolongements ont été publiés par notre confrère Jean Mawhin (2001a, 2001b, 2004).
L'oeuvre historique de Godeaux se nourrit de nombreuses Notices biographiques consacrées notamment à Paul Mansion (1844-1919), Adolphe Mineur (1867-1950) , Modeste Stuyvaert (1866-1932), François Deruyts (1864-1902), Constantin Le Paige (1852-1929), François Folie (1833-1905), Charles-Jean de La Vallée Poussin (1866-1962). Clément Servais (1862-1935), Alphonse Demoulin (1869-1947), Fernand Simonart (1888-1966), Michel Steichen (1804-1891), Antoine Meyer (1803-1857),

Je dispose de Godeaux (1936a, 1938, 1939b, 1942, 1968c) grâce au soutien généreux de Christian Radoux.

Dans le Florilège des Sciences en Belgique que l'Académie a publié en 1968, Lucien Godeaux consacre un article (Godeaux 1968b) à Charles-Jean de La Vallée Poussin qui se termine comme suit: « Quel artiste était de La Vallée Poussin ! Lorsque l'on regarde son oeuvre dans son ensemble, on est ébloui par sa beauté ».

Il est clair que Lucien Godeaux a un rayonnement d'historien débordant de notre pays.
Un témoignage précieux nous vient de Jongmans (1997): « L'influence la plus heureuse de Lucien Godeaux dans le domaine historique fut sans doute l'éveil de la vocation d'un jeune français, René Taton, qui allait se consacrer brillamment à l'histoire des mathématiques; nous tenons ce témoignage de la bouche même de Taton ».
Rappelons que René Taton (1915-2004) fut, je cite Jeanne Peiffer (2005), « une figure clé de la constitution de l'histoire des mathématiques en discipline, après la seconde guerre mondiale,

particulièrement en France ››. Taton a notamment produit une Histoire du Calcul pour la collection Que sais-je?
Travaillant sur Girard Desargues, ‹‹ il put retrouver un exemplaire original du " Brouillon project d'une atteinte aux événemens des rencontres du cône avec un plan" (1639) traité de géométrie projective dans lequel on trouve la notion de point à l'infini ››.
Lucien Godeaux a déployé un travail considérable au service de la Biographie Nationale. De 1939 à 1974, au fil de 10 volumes, il a publié 52 notices.

23. Un CHEF d'OEUVRE: Les Géométries en 1937

Considérons ce superbe ouvrage de Godeaux (1937a) qui déclare:
‹‹ Nous avons tâché d'écrire le livre que nous eussions voulu lire quand nous avions vingt ans ››.
J'ai eu la chance de le lire à vingt ans et de le relire bien souvent. Il m'a marqué.
En 210 pages, l'ouvrage examine successivement la Géométrie élémentaire, la Géométrie analytique, la Géométrie projective, les principes de la Géométrie, la Géométrie et la théorie des groupes et la Topologie.
Ce livre réédité en 1997, figure en bonne place dans la formidable réédition de grands classiques des mathématiques dirigée par Jacques Gabay. Le nom de Lucien Godeaux y côtoie notamment ceux d'Abel, Bernoulli, Cantor, Elie Cartan, Cauchy, Descartes, Fermat, Galois, Hilbert, Lagrange, Lebesgue, Monge, Newton, Poincaré, Poncelet, Riemann, ... Un très grand honneur et un label de qualité.
L'ouvrage mériterait une suite: "Les Géométries: Quatre-vingt ans après".
Le livre a été traduit en portugais (Godeaux 1960) et il demeure d'actualité au 21è siècle, au Portugal. En effet, c'est une référence de base du Programme de Géométrie Descriptive de 10è et 11è année en 2001, géré par le Ministère de l'Education du Portugal, Département de l'enseignement secondaire.
Il y a également une traduction en turc (Godeaux 1965).
L'ouvrage initial a été réédité en 1941, 1947, 1952, 1960.

24. La RELATION avec JACQUES TITS

Jacques Tits, né en 1930, entré à l'Université de Bruxelles à 14 ans, est apparu au firmament de la recherche dès 1949 par des publications à l'Académie Royale de Belgique. Dans Godeaux (1949-1950), il est cité comme suit:

« M. P. LIBOIS, professeur à l'Université de Bruxelles, aidé de deux de ses élèves, MM. P DEFRISE et J. TITS, a cherché à mettre en évidence les liens entre l'Algèbre et la Géométrie projective. D'autre part, il a cherché un concept de point invariant vis-à-vis des transformations birationnelles. ... M.J. Tits a de son côté étudié les géométries possédant un groupe transitif de transformations, généralisant ainsi la théorie des projectivités ».

Jacques Tits apparaît déjà au Colloque du CBRM sur la Géométrie algébrique en 1949 que je relate ci-dessous (Section 30). Dans sa conférence, Paul Libois s'exprime comme suit:

« Le besoin-le désir plus ou moins explicite-d'une synthèse de la géométrie et de l'algèbre s'affirme de plus en plus clairement: il s'exprime de façons diverses.

Cette communication, élaborée en étroite collaboration avec MM. P. Defrise et J. Tits, a pour but d'indiquer une conception de cette synthèse, de souligner les éléments déjà obtenus et qui nous paraissent les plus importants, d'apporter des résultats nouveaux. Nous nous inspirons essentiellement de l'oeuvre et de la pensée de Federigo Enriques ».

En Géométrie algébrique, Jacques Tits est l'auteur d'un tour de force qui demeure encore trop peu connu et qui demeure en avance sur le temps présent. En 1950, il élabore une axiomatique du Plan de Cremona qui est l'objet birationnel le plus basique. Son manuscrit est demeuré non publié. Tits en a fait le sujet de son Cours au Collège de France, donné à Bruxelles, en 1998. Un document actualisé en est issu. Il est destiné à la publication dans les Oeuvres de Tits. Voici comment Jacques Tits (1972) s'exprimait sur le sujet:

« Reprenant des idées de P. Libois et P. Defrise, j'ai étudié la géométrie birationnelle du plan sur un corps algébriquement clos, dans le but de lui donner des fondements géométriques "purs" invariants par le groupe de Cremona. L'axiomatique que j'ai donnée part d'un groupe ordonné F , dont les éléments positifs sont appelés figures, et d'une partie P de l'ensemble F^+ des figures, dont les éléments sont les points. Ce sont là les seuls éléments primitifs de l'axiomatique: le groupe des automorphismes de F conservant F^+ et P est le groupe de Cremona étendu par le groupe des automorphismes du corps de base. La relation d'ordre dans F est la contenance, et l'intersection de deux figures, c'est-à-dire leur borne inférieure, est supposée exister toujours. Un point p peut être contenu dans un autre q : c'est la notion de "point infiniment voisin" ... ››.

En 1966, au cours d'une conversation avec Paul Van Praag, à l'occasion du Congrès International des Mathématiciens à Moscou, Lucien Godeaux confia qu'il aurait aimé voir Jacques Tits lui succéder à Liège. Il ressentait comme un échec de ne pas avoir su convaincre ses collègues à cet égard. En 1957, Jacques Tits fut effectivement candidat à cette succession. Il avait 27 ans. Il n'eut pas le poste.

Un épisode d'un grand intérêt historique se situe en 1965 (voir Moniteur belge 1965). Il s'agit du Concours décennal de mathématiques pures pour la 7è période 1954-1963. Le jury a été constitué par le Gouvernement. Il est présidé par Lucien Godeaux, représentant de l'Académie et de H. Florin, P. Gillis, Th. Lepage, A. Lembrechts, O. Rozet et J. Bilo. Le jury a examiné les travaux de MM. F. Backès, F. Bureau, P. Burniat, L. Casteels, P. Dedecker, H. Garnir, J. Tits et L. Waelbroeck. Citons un extrait du rapport adressé au Ministre: ‹‹ ... L'activité déployée par les mathématiciens belges peut donc être qualifiée d'intense et c'est avec une vive satisfaction que le jury exprime sa confiance en l'avenir de la Belgique dans le domaine des mathématiques pures.
Après délibération, le jury a attribué, à l'unanimité, le prix du concours décennal de mathématiques pures pour la 7è période 1954-1963 à l'ensemble de l'oeuvre de M. Jacques Tits, professeur à l'Université libre de Bruxelles ››.
A ce moment, Jacques Tits, dont la carrière à l'ULB était bloquée à un rang indigne de sa valeur, avait répondu déjà de manière favorable à une offre de l' Université de Bonn.

Le document examiné ici est historique d'abord en raison du fait qu'il contribue à baliser l'histoire des mathématiques en Belgique à la suite des travaux de Lucien Godeaux déjà examinés ci-dessus (Section 22). C'est le travail de chercheurs réputés au niveau international qui fait l'objet d'une analyse détaillée. Il est historique surtout pour l'analyse des travaux de Tits, analyse que nous citons à présent.

<< L'oeuvre mathématique de M. J. Tits pendant la période 1954-1963 est très considérable et le classe parmi les spécialistes les plus renommés de la Théorie des groupes et des Algèbres de Lie.
M. J. Tits s'est occupé de problèmes posés depuis longtemps mais pour lesquels aucune réponse satisfaisante n'était connue. Grâce à l'introduction de nouvelles méthodes géométriques, il est parvenu à résoudre d'une façon définitive plusieurs de ces problèmes classiques. La production scientifique de M. J. Tits est d'ailleurs celle d'un esprit créateur qui continue à ouvrir de nouvelles voies pour la recherche mathématique.
Parmi ses travaux consacrés à la Théorie des groupes de Lie, il faut citer en premier lieu son grand mémoire " Sur certaines classes d'espaces homogènes de groupes de Lie " (Mémoires Acad. Roy. Belg. T. 29, 1955, 268 pp.), où il donne une réponse à une généralisation d'un problème célèbre posé par Lie et Helmholtz. Les méthodes inventées à cette fin par l'auteur lui permettent de déterminer les espaces homogènes dans la théorie de la relativité, qui sont isotropes pour les directions de lumière. Mentionnons aussi sa théorie sur les géométries polyédriques auxquelles il est amené par une axiomatisation des géométries incidentielles construites par lui pour l'étude des groupes semi-simples.
M. Tits a effectué d'importantes recherches sur la Théorie des groupes algébriques. On sait que Cl. Chevalley a relié chaque Algèbre de Lie complexe à un groupe algébrique G_k où k représente un corps de nombres.
M. Tits a trouvé, indépendamment, une partie des résultats de Cl. Chevalley. Il a continué cette étude par voie géométrique, ce qui lui a permis de découvrir de nouveaux groupes simples finis. On doit aussi à M. Tits le théorème remarquable disant que le groupe des points rationnels d'un groupe algébrique simple est essentiellement un groupe abstrait. Ce théorème englobe plusieurs résultats obtenus précédemment.

L'oeuvre de grande envergure de M. Tits comprend aussi l'étude de problèmes se rapportant à la théorie des ovaloïdes dont les propriétés reflètent certains caractères des groupes de Suzuki et de Ree, aux groupes de transformations de Coxeter, aux Algèbres de Lie et de Jordan, aux groupes de Mathieu, aux variétés complexes compactes fibrées, à l'Algèbre des octaves de Cayley, etc.
Il est indéniable que les travaux de l'auteur ont contribué dans une large mesure au rayonnement scientifique international de notre pays dans le domaine des mathématiques pures ».

Il convient d'exprimer notre admiration pour cette analyse pénétrante. Les travaux de Tits étaient en avance sur leur temps dans diverses directions. Le mémoire de 1955 publié par l'Académie demeure encore trop peu connu à ce jour. La solution du Problème de Helmholtz-Lie est un tour de force dans lequel Tits se hisse loin au-dessus du grand Kolmogorov (1903-1987) mettant un point final au problème. Le rapport détecte les géométries polyédriques de Tits qui viennent d'apparaître en 1962 et qui seront les immeubles. Ce travail a fait l'objet d'une conférence à Florence en 1961 pour la 2è Réunion du Groupement des Mathématiciens d'expression latine et il me semble probable que Lucien Godeaux y assista.
La force du lien entre ces deux grands mathématiciens belges que sont Lucien Godeaux et Jacques Tits se manifeste dans les importants Colloques du CBRM (Centre Belge de Recherche Mathématique) dont Lucien Godeaux fut la cheville ouvrière (Section 29) et la présence de Jacques Tits dans quatre de ces Colloques (Tits 1956, 1958, 1959, 1962) tous organisés à Bruxelles:
-Colloque d'Algèbre Supérieure en 1956
-Colloque de Géométrie Différentielle et Globale en 1958
-Colloque de Théorie de la Relativité en 1959
-Colloque de Théorie des Groupes Algébriques en 1962.

En 2013, les Oeuvres de Tits ont été éditées par F.Buekenhout, B. Mühlherr, J.P. Tignol et H. Van Maldeghem. Elles ont été publiées par la European Mathematical Society en 4 volumes totalisant environ 3600 pages.

Une biographie de Jacques Tits, due à F. Buekenhout est publiée dans Helge Holden, Ragni Piene: The Abel Prize 2008-2012, Springer 2014, pages 35-53.

25. FONDATION de la SOCIÉTÉ BELGE des PROFESSEURS de MATHÉMATIQUE

Durant les années 1950, des structurations importantes ont lieu dans le milieu des professeurs de mathématiques. Dès 1950, le professeur Caleb Gattegno (1911-1988) de Londres fonde la C.I.E.A.E.M c'est-à-dire la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques. Un rôle important y est joué par notre compatriote Willy Servais, professeur à l'Athénée de Morlanwelz où Lucien Godeaux prit son envol. Servais envisage un prolongement de la C.I.E.A.E.M. dans notre pays. Avec divers appuis enthousiastes, la SBPM, Société Belge des Professeurs de Mathématiques est créée en 1953, en présence d'environ deux cents personnes. Notre héros, Lucien Godeaux devient Président d'Honneur de cette société qui a joué un rôle important dans l'enseignement depuis 50 ans par ses publications, ses Congrès et son lien étroit avec l' Olympiade Mathématique Belge créée en 1975 par votre serviteur.
L'histoire de la SBPM est relatée par Miewis (2003).

26. Le PRIX LUCIEN GODEAUX

La Société Royale des Sciences de Liège fut fondée en 1835. Elle a notamment publié un très grand nombre de travaux de Lucien Godeaux. A l'occasion du 150ème anniversaire de sa fondation, elle a créé quatre prix quinquennaux prestigieux en 1985. L'un d'eux est " le Prix Lucien Godeaux pour les Sciences Mathématiques". En 2000, le montant du Prix était de 80.000 francs belges (2000 euros).
Voici le palmarès:
1980-1985 Laubin Pascal Université de Liège
1985-1990 Bastin Françoise Université de Liège
1990-1995 Kotschick Dieter Université de Bâle et

Peris Alfredo Université de Valencia
1995-2000 Haesbroeck Gentiane Université de Liège et
Troestler Christophe Université de Mons-Hainaut
2000-2005 Bourgeois Frédéric Université libre de Bruxelles et
Vaes Stefaan Katholieke Universiteit Leuven
2005-2010 Cédric Villani Université Claude Bernard à Lyon et Médaillé Fields en 2010.
2010-2015 ?

Notons que le lauréat Dieter Kotschick est un des principaux experts actuels des Surfaces de Godeaux comme nous le voyons dans la Section 39 (Kotschick 1995).

27. INTRODUCTION à la GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE

Un titre de cours de licence en sciences mathématiques imposé par la loi. Un sujet de géométrie algébrique projective qui prolonge la théorie des quadriques. Nous voici en présence de Godeaux (1946).
Un livre délicieux que j'ai longuement savouré à l'époque (1958) et bien plus tard encore. La matière se répartit comme suit: Géométrie sur une droite, Courbes algébriques planes, Courbes planes du troisième et du quatrième ordre, Surfaces et courbes gauches algébriques, Courbes tracées sur une quadrique, Surfaces du troisième ordre. Il s'agit de théories élaborées au 19è siècle qui sont devenues classiques. Le livre a eu un lecteur illustre en la personne d'Elie Cartan qui fait le lien entre les deux derniers chapitres de Godeaux ou plus exactement la fin de l'avant dernier chapitre et le début du dernier. Cartan énonce et commente un théorème: ‹‹ Le groupe de Galois de l'équation caractéristique d'un groupe de Lie simple de rang 7 et d'ordre 133 est isomorphe au groupe de Galois de la configuration des 28 tangentes doubles d'une quartique plane sans point double. Le groupe de Galois de l'équation caractéristique d'un groupe de Lie simple de rang 6 et d'ordre 78 est isomorphe au groupe de Galois de la configuration des 27 droites d'une surface cubique sans point double ››. Les deux groupes de Lie dont il est question dans cet énoncé se notent E_7 et E_6. Ils ont une importance considérable actuelle

en mathématique et en physique où la “M-théorie” concerne leur “grand frère” E_8 et même E_{10}.

Il n’en faut pas tant pour comprendre que le sujet de ce cours demeure actuel et que le livre de Godeaux pourrait en inspirer utilement une nouvelle mouture. Il a connu jadis un très grand succès.

28. INTRODUCTION à la GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE

Ces deux volumes (Godeaux 1948-1949) constituent une suite de l’Introduction à la Géométrie Supérieure. Ils sont préfacés par René Garnier, Professeur de Géométrie Supérieure à la Sorbonne. L’avant-propos annonce cinq parties. La cinquième consacrée à la Géométrie sur une Surface algébrique, n’a jamais vu le jour. Ce sont des classiques qui sont encore cités et utilisés.

J’ai eu le plaisir d’étudier et de pratiquer la Géométrie algébrique à partir de ces livres de Godeaux et des textes classiques italiens. C’est ainsi que mon mémoire de licence en 1960 fut consacré aux “ Plans triples à sextique de diramation”. Il était déjà clair que la Géométrie algébrique requérait des fondements plus solides tels que le livre d’André Weil (1946) et les deux volumes de Zariski-Samuel (1958). Le prestigieux cours de Jean Dieudonné (1974) indique 5 références bibliographique au nom de Lucien Godeaux dont celles que nous venons de parcourir brièvement.

L’ouvrage est très souvent et largement cité. Je me bornerai à l’indication de deux traités récents dans des domaines fort actifs: Hirschfeld et Thas (1991) et Hirschfeld (1998).

Il convient de souligner que la Géométrie algébrique a connu un essor prodigieux durant la période 1950-2000 avec les Médailles Fields de K. Kodaira et J.P. Serre en 1954, A. Grothendieck en 1966, H. Hironaka en 1970, D.B. Mumford en 1974, P. Deligne en 1978, G. Faltings en 1986, S. Mori en 1990, M. Kontsevich en 1998 et L. Lafforgue en 2002. Une liste qui témoigne du prestige de cette discipline et de sa difficulté à la fois conceptuelle et technique.

Une vulgarisation experte de ces avancées est d’actualité. Elle est particulièrement difficile.

29. Le C.B.R.M. (Centre Belge de Recherches Mathématiques)

Un épisode brillant de la carrière de Lucien Godeaux relaté par Jean Mawhin (2001 b):

<< Sur proposition des professeurs de mathématiques des Universités de Bruxelles et de Liège, Camille Huysmans, ministre de l'Instruction publique, et son secrétaire-général, Julien Kuypers, décident en 1948 la création du Centre belge de Recherches mathématiques (CBRM). Ce Centre est chargé d'organiser des colloques internationaux consacrés à une question déterminée, de solliciter des conférences à des mathématiciens de passage à proximité du pays, de développer des centres de calcul mathématique et de faciliter l'assistance de jeunes mathématiciens belges aux conférences faites dans les universités du pays. Les vingt-cinq Colloques du CBRM organisés entre 1949 et 1972 sont remarquables par la qualité de leurs participants. Ils ont connu la naissance de plusieurs théories importantes. Couvrant les tendances les plus prisées en Belgique et les grands courants contemporains (géométrie algébrique, topologie algébrique, géométrie différentielle, fonctions de plusieurs variables, équations aux dérivées partielles, statistique mathématique, théorie des nombres, algèbre, théorie des suites, relativité, analyse numérique, équations différentielles non linéaires), ces colloques permettent aux mathématiciens belges d'écouter et de rencontrer, parmi beaucoup d'autres, des mathématiciens comme Adams, Behnke, Bergmann, A. Borel, Cartan, Cartier, Conti, Darmois, Eckmann, Ehresmann, Eilenberg, Erdös, Favard, Fenchel, Garnier, Hopf, Kähler, Köthe, Leray, Lichnerowicz, Lions, Mac Lane, Montel, Mordell, Nirenberg, Olech, Orlicz, de Rham, Roth, Schouten, Severi, Serre, Picone, Santalo, Schwartz, Segre, Thom, Van der Waerden, Weil, Whitehead et Yoshida. Les comptes rendus de ces colloques ont tous été publiés, et leur collection constitue un joyau de l'édition mathématique belge. Dès la création du Centre, Charles-Jean de La Vallée Poussin en est élu président d'honneur par acclamation, et l'une des premières tâches du Centre est d'assurer la publication du dernier ouvrage du Nestor des mathématiques belges. La présidence du CBRM est confiée, de 1948 à 1966, à Lucien Godeaux (1887-1975), qui en a été l'âme pendant sa période la plus active >>.

Lucien Godeaux (1957) a rendu compte de la naissance et du fonctionnement de cette Association Sans But Lucratif. Rendant hommage au ministre Camille Huysmans (1871-1968) et à Julien Kuypers (1892-1967) il écrit: « *Ces esprits éclairés avaient compris que si l'on veut développer la recherche scientifique, il importe de ne pas négliger les sciences pures, dont les applications apparaissent lointaines. Dans un pays aussi industrialisé que le nôtre, cela rompait quelque peu avec la tradition* ».
Signalons au passage, que Camille Huysmans et Julien Kuypers furent membres de la Koninklijke Vlaamse Akademie van België.

Jean Mawhin (2005) a relaté plus en détail le Deuxième Colloque sur les équations aux dérivées partielles de 1954.

En 1950, Godeaux écrivait: « *Ces Colloques sont très suivis, surtout par nos jeunes chercheurs; une trentaine d'auditeurs assistent généralement aux séances. Nous croyons que cette activité est de bon augure pour l'avenir des recherches mathématiquesz dans notre pays* ». (Godeaux 1949-1950). Il ne croyait pas si bien dire !

Citons un hommage prestigieux dû à Paul Montel (1876-1975), élu à l'Académie en 1946. Il écrit (Montel 1958): « Les Congrès ont été de plus en plus submegés par l'augmentation du nombre des chercheurs, la multiplication des disciplines et leurs morcellements qui les ont transformés en tours de Babel, comme tendent à le devenir les Académies des Sciences. Alors sont nés les Colloques consacrés à des parties bien délimitées de la mathématique comme ceux si variés et très renommés que M. GODEAUX et ses collègues organisent en Belgique ..».

Lucien Godeaux, toujours au four et au moulin, ne manqua pas de contribuer lui-même comme conférencier à cinq des Colloques dont il était l'organisateur.
Quand Lucien Godeaux se retira de la présidence du CBRM en 1967, il lui fut rendu hommage par une belle conférence dont les actes furent publiés à Louvain en 1968. L'activité du CBRM se fit plus modeste. Les subsides diminuèrent. Il subsista un trésor qui fut admirablement géré par Franz Bingen jusqu'en 2006. L'association a été dissoute et ses avoirs

ont été confiés à la Belgian Mathematical Society. La somme de 30.000 euros permet à la BMS d'organiser une "Godeaux Lecture". La première se situa au cours du PhD-Day du 10 septembre 2007. L'orateur fut Guido Vanden Berghe (U. Gent) qui parla de " Simon Stevin (1548-1620) Mathematician, physicist, ..., Uomo Universalis".
En 2016, la Godeaux Lecture a été attribuée à Jean Van Schaftingen, professeur à l' Université Catholique de Louvain. Cette conférence se fit dans le cadre de la Brussels Summer School of Mathematics à l'ULB.

Les archives du CBRM se trouvent chez Philippe Cara à la VUB.

30. UN COLLOQUE du CBRM: GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE 1949

Nous reprenons ce Colloque du CBRM de manière séparée en raison de son importance personnelle pour Lucien Godeaux en tant que chercheur, créateur et chef d'école. Il s'est tenu à Liège les 19, 20 et 21 décembre 1949 (Godeaux 1949a).
Dans son Allocution de Président, Lucien Godeaux déclare qu'il a invité également Hodge et de Rham qui n'ont pu venir en raison de leur séjour aux Etats-Unis. La traversée de l'Atlantique n'était pas encore banale.
Il poursuit:
« Jusque dans ces dernières années, le jeune chercheur qui, séduit par les belles propriétés des êtres algébriques, voulait se consacrer à leur étude, partait sans hésiter pour l'Italie; il y recevait-j'en parle par expérience-un accueil d'une grande cordialité de la part des Mâîtres qui ont fondé l'Ecole italienne de Géométrie et de leurs élèves; il était immédiatement plongé dans une ambiance propice à un travail intense. Aujourd'hui, ce jeune chercheur pourrait hésiter. Non pas que la Géométrie algébrique soit actuellement négligée en Italie, bien au contraire, mais d'autres foyers se sont fondés en dehors de ce pays ».

En vérité, une révolution était en marche et elle s'étendrait sur des dizaines d'années. Il n'est pas question d'en rendre compte ici. Bornons-nous à quelques références: celles d'André Weil (1946) et Zariski-Samuel (1958). L'histoire du sujet est remarquablement décrite par Jean Dieudonné (1974) qui fut un acteur principal dans la formidable contribution due à Alexander Grothendieck (Médaille Fields 1966) et qui

fut un témoin privilégié du brillant parcours de notre compatriote Pierre Deligne (Médaille Fields 1978) qui apportait la preuve des Conjectures de Weil précisément en 1974.
Le Colloque de 1949 représente les méthodes nouvelles. On y constate aussi que la vieille garde meurt mais ne se rend pas.

Table des Matières

Observons que plusieurs orateurs furent des Membres associés de l'Académie: van der Waerden (1903-1996) élu en 1974, Beniamino Segre élu en 1965., Severi (1879-1961) élu en 1952, René Garnier (1887-1984) élu en 1972.
L'article de Lucien Godeaux reprend plusieurs thèmes auxquels il a contribué. On y trouve notamment une synthèse claire de sa contribution

aux Surfaces de Godeaux (suivant Godeaux (1931, 1933, 1934)) dont je rends compte dans la Section 32.

Observons qu' en 1949, se situent deux événements marquants pour notre sujet.

Tout d'abord, la parution posthume du livre d' Enriques (1949) dans lequel il synthétise en 464 pages, les résultats de 50 années de travaux consacrés aux surfaces algébriques complexes. Un sujet particulièrement difficile où les exceptions surgissent de tous côtés. Il s'y réfère plusieurs fois de manière explicite à des travaux de Godeaux.

Ensuite, citons l'article de Weil (1949) dans lequel sont énoncées ses fameuses conjectures concernant le nombre de points d'une variété algébrique sur un corps fini. Pour situer l'importance de cet évènement, il suffit de citer brièvement Houzel (1994):

<< Les conjectures de Weil, formulées en 1949 et résolues par Deligne en 1973, ont été entre ces deux dates la principale incitation à développer la Géométrie algébrique abstraite >>.

Entre les deux géants que sont Weil et Deligne, le développement d'une géométrie algébrique abstraite est l'oeuvre d'un autre géant: Grothendieck. Sans oublier Jean-Pierre Serre et d'autres géants.

Le Colloque de 1949 fut suivi par un "Deuxième Colloque de Géométrie algébrique" à Liège (Godeaux 1952b). Nous y rencontrons une brochette de noms fameux: O. Chisini, L. Gauthier, M. Villa, E. Kähler, P. Dolbeault, F. Conforto, A. Andreotti, A. Néron, W. Gröbner, F. Gaeta, P. Burniat, L. Nollet et L. Godeaux. Des résultats importants y furent discutés notamment ceux de Néron sur un théorème de Severi.

Un " Troisième Colloque de Géométrie algébrique " fut organisé à Bruxelles en 1959. Je me souviens d'y avoir été présent mais je n'en ai guère conservé la mémoire. Les Compte Rendus furent publiés par la Librairie Universitaire, Louvain et Gauthier-Villars, Paris, 1960. Je n'ai pas été en mesure de les consulter à ce jour.

31. SITUER la GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE

Une très grande partie des travaux de Lucien Godeaux est dévolue à la Géométrie algébrique c'est-à-dire aux êtres d'origine polynômiale qu'on appelle variétés algébriques et aux transformations dites birationnelles qui les régissent. Cette déclaration est amendable de nos jours et elle

est dépassée: l'origine du sujet se situe plus généralement dans les anneaux commutatifs voire dans des catégories d'anneaux commutatifs. L'origine lointaine est incontestable: c'est la relation découverte par Descartes entre la notion d'équation polynômiale et celle de courbe. Lorsqu'elles sont de dimension 1, les variétés sont appelées courbes et lorsqu'elles sont de dimension 2, elles sont appelées surfaces.
On en examine la structure projective et la structure birationnelle, plus profonde et moins accessible à l'intuition. La structure des courbes est largement élucidée depuis le 19è siècle. Celle des surfaces s'est avérée bien plus diabolique notamment en raison de la divergence des genres (genre arithmétique, genre géométrique, bigenre et bien d'autres) auxquels nous avons fait allusion tout au long de cette présentation de la vie et de l'oeuvre de Godeaux..
Le texte (Moniteur belge 1965) situe une des préoccupations des pionniers:
« Les travaux des géomètres italiens: Enriques, Castelnuovo, Severi et leurs élèves, sur la théorie des surfaces algébriques considérées vis-à-vis des transformations birationnelles ont conduit à l'introduction de certains nombres entiers: les genres et plurigenres qui caractérisent ces surfaces. Mais il importe de montrer que pour des valeurs de ces nombres données a priori, les surfaces correspondantes existent en construisant des modèles. C'est là une question difficile qui a tenté peu de géomètres ». Lucien Godeaux en fut. De même, que Pol Burniat, un de ses principaux disciples. Et le mouvement se poursuit de nos jours car les questions d'existence sont fondamentales.
Mais reprenons et développons la situation générale du sujet.
En abordant les très nombreux travaux de Lucien Godeaux qui relèvent de la Géométrie algébrique nous devons faire face à la difficulté inusitée de cette discipline. Comme Dieudonné (1974) l'exprime: « La Géométrie algébrique est sans doute la partie des mathématiques où l'écart est le plus grand entre les idées intuitives qui en forment le point de départ et les conceptions abstraites et complexes qui sont à la base des recherches modernes ». Plus loin, il situe le contexte: « ... l'arsenal de la Géométrie algébrique s'est peu à peu enrichi d'emprunts à l'Analyse et la Topologie, où elle a trouvé de puissants outils, et plus récemment à l'Algèbre Commutative et à l'Algèbre homologique. A l'heure actuelle, la Géométrie algébrique apparaît comme l'une des composantes d'une trinité

dont les deux autres membres sont la Théorie des nombres et la Théorie des espaces analytiques (forme moderne de la “Théorie des fonctions de plusieurs variables complexes”), qu'il convient selon Serre, de nommer “Géométrie analytique”; la tendance universelle de toutes les recherches dans ces trois domaines (auxquels d'ailleurs viennent se mêler de plus en plus étroitement la Théorie des groupes de Lie, la Géométrie différentielle et l'Analyse fonctionnelle, notamment la Théorie des équations aux dérivées partielles) est vers une fusion de leurs notions de base et de leurs méthodes fondamentales, si bien qu'il devient de plus en plus artificiel de les dissocier ››. Un dernier avis pertinent de Dieudonné: ‹‹ Une des difficultés de l'initiation à la Géométrie algébrique moderne est la multiplicité des points de vue sous lesquels elle a été considérée depuis 1935 environ, qui risque de désorienter complètement le lecteur non spécialiste ››.

Pour notre propos dont l'ambition mathématique se veut très modeste, nous prenons quelques repères comme suit. Il convient d'abord de souligner le corps topologique **C** des nombres complexes. De temps en temps intervient une allusion à un autre corps notamment la notion de corps algébriquement clos ou de corps fini. Le cadre géométrique est constitué d'un espace projectif **P** de dimension finie n sur **C**. Le cas n=3 importe davantage ici. L'espace **P** est équipé d'un système de coordonnées homogènes prenant leurs valeurs dans **C**. Tout polynôme homogène de degré m en les coordonnées procure un objet géométrique **H** appelé “hypersurface d'ordre m”. Toute droite de **P** coupe **H** en au plus m points ou elle est contenue dans **H**. Pour les premières valeurs de m, les hypersurfaces d'ordre m portent des noms spécifiques: quadriques pour m=2, cubiques pour m=3, quartiques pour m=4, quintiques, sextiques, heptiques et non septiques. Il y a même des démiques: les latinistes savent pourquoi.

Une variété algébrique est définie comme une intersection d'un nombre quelconque d'hypersurfaces. L'espace **P** hérite de la topologie importée de **C**. Il est compact. Dès lors, toute variété algébrique est compacte. Toute variété algébrique possède une dimension dont le sens est à la fois topologique, algébrique, géométrique. Dans **P**, les hypersurfaces sont de dimension n-1. L'intersection de deux hypersurfaces devrait être de dimension n-2 mais il y a un piège. En effet, il se peut qu'un polynôme soit le produit de deux polynômes et dès lors, qu'une hypersurface soit la réunion de deux hypersurfaces. Il convient d'exprimer qu'il y a des hypersurfaces irréductibles et plus généralement, des variétés irréductibles. Les variétés de dimension 1 sont appelées courbes et les variétés de dimension 2 sont appelées surfaces. Ainsi, l'espace P de dimension n=3 produit une foule d'hypersurfaces qui sont des surfaces et par intersection, les surfaces irréductibles produisent des courbes.

Toute courbe de P possède à son tour un ordre m: tout plan la coupe en au plus m points. L'intersection d'une quartique et d'une cubique irréductibles est une courbe du douzième ordre.

Notons bien les Singularités de variétés algébriques. En tout point p d'une hypersurface, nous attendons un hyperplan tangent procuré avant tout par les dérivées partielles du polynôme initial. Si toutes ces dérivées sont nulles en p, il n'y a pas d'hyperplan tangent en p. On dit que p est singulier. Il aura une multiplicité que nous ne tentons pas de décrire. Il peut y avoir un point double, triple, etc. Chaque singularité possède encore bien des variations. En un point double, il y a non plus un plan tangent mais un cône quadratique tangent. Il peut s'agir d'un cône ordinaire mais aussi de deux plans distincts ou encore de deux plans confondus. Ainsi, toute singularité possède sa structure et la structure de la variété est marquée par celle des singularités.

La Structure de variété algébrique: toute variété algébrique dans P est structurée de manière géométrique, algébrique, topologique. Les points de vue peuvent varier fortement et ... sans prévenir. Il convient que la structure soit invariante par des transformations, isomorphismes, automorphismes, morphismes. En Géométrie algébrique, la tradition est souvent de se donner les transformations d'abord et d'y soumettre la structure ensuite. La réalité est partagée. Il y a même des invariants qui ne le sont pas vraiment. C'est une jungle. Elle s'organise et se simplifie peu à peu, pour les initiés. Comme toute discipline.

Une des traditions est projective. On se donne les transformations linéaires en les coordonnées homogènes qui sont connues sous divers noms tels que projectivité, homographie, collinéation. La description structurale précédente est invariante par projectivité. Des résultats puissants sont obtenus. A titre d'exemple, dans P^n, deux quadriques

quelconques sans singularités sont projectivement équivalentes. Il y a un unique objet quadrique de dimension n-1. Il convient d'en étudier la structure interne ce qui est bien maîtrisé: c'est notamment un immeuble de Tits.
Les surfaces cubiques se maîtrisent bien. Pour n=3, toute surface cubique sans singularité contient exactement 27 droites. C'est un joyau de la Géométrie algébrique dû à Cayley et Salmon vers 1850. Il y a des variations procurées notamment par les points d'Eckart. Le nombre et la nature des singularités sont bien maîtrisés depuis le 19è siècle.

Je crois savoir que les surfaces quintiques constituent un monde demeurant sauvage. Il possède ses explorateurs. C'est ainsi que fut produite une quintique possédant exactement 165 points doubles. Retenons cette image: dans le cadre projectif, les surfaces algébriques constituent un monde sauvage échappant largement aux classifications systématiques dont la complexité explose littéralement quand l'ordre de la surface augmente.
Les transformations qui importent profondément pour la géométrie algébrique sont birationnelles. Elles se définissent d'abord par des fonctions polynômes (donc rationnelles) portant sur les coordonnées homogènes. On exige que la transformation réciproque soit également polynômiale (donc rationnelle) et dès lors on saisit le terme birationnel. Dans une telle transformation, on constate rapidement qu'il y a des points particuliers en lesquels la transformation n'est pas définie ou plutôt qui éclatent en des variétés. C'est un phénomène essentiel connu de manière universelle par le terme "blow up". Un véritable outil. On s'en sert pour éclater les singularités ce qui s'appelle classiquement la résolution des singularités et de plus en plus le "blow up" des singularités. Une question essentielle est de savoir si c'est possible de manière générale car si une transformation birationnelle bien choisie peut éclater un point singulier, il n'est pas exclu qu'elle en crée dix autres. Et comment faire face à la jungle des variétés et la nature de toute singularité ? A vrai dire, un point singulier peut contenir un point singulier "infiniment voisin" qui ne sera pas éclaté par le blow-up du premier. En bref, tout point singulier a une structure "interne" qu'il convient d'élucider. C'est ce que fait, dans un contexte différent et plus général, la fameuse théorie des catastrophes de René Thom. Contrairement à une idée reçue, les points infiniment

voisins d'un point existent bel et bien. Et, il ne sont pas du tout négligeables !
La géométrie algébrique birationnelle est évidemment en quête de notions invariantes. Elles ne sautent pas aux yeux. Comme on l'a vu, le point lui-même est défaillant. On s'y accroche néanmoins. Ou, on se tourne vers des notions algébriques voisines qui elles sont invariantes. En vérité, la géométrie algébrique est un vaste laboratoire où sont agitées la plupart des notions mathématiques connues ou en gestation avec des rendements remarquables mais un prix d'entrée considérable.
Voici les Systèmes linéaires de courbes sur une surface. Abordons brièvement un des modes de structuration essentiel d'une surface **S** de P^3. Etant donnés des Polynômes en nombre fini, donc des surfaces de P^3, leurs combinaisons linéaires livrent une famille de surfaces, et par intersection avec **S**, une famille de courbes sur **S** qu'on appelle un " système linéaire de courbes". Les systèmes linéaires de courbes sur une surface sont l'outil privilégié adopté par les pères fondateurs de la Géométrie algébrique italienne et ils en ont fait des merveilles en compagnie de leurs élèves notamment Lucien Godeaux.
Il est des systèmes linéaires de courbes sur une surface qui ont une importance primordiale et qui participent à leur bonne gouvernance birationnelle. Il s'agit des "systèmes canoniques" et des "systèmes pluricanoniques".

32 ENRIQUES et CASTELNUOVO

Les variétés algébriques les plus simples sont celles de dimension 1. Ce sont les courbes algébriques. Ce sont elles qui ont balisé le terrain de Descartes jusqu'au milieu du 19è siècle. Leur étude n'est pas achevée loin s'en faut mais elles sont en avance sur les variétés de dimension plus élevée. L'invariant le plus important d'une courbe est son genre. Il s'agit d'un nombre entier positif ou égal à zéro. Les courbes de genre zéro sont rationnelles c'est-à-dire birationnellement équivalentes à la droite projective. On y trouve les coniques, les cubiques ayant un point singulier, les quartiques ayant trois points doubles, etc.

Les courbes de genre un sont appelées courbes elliptiques. Toute courbe elliptique est birationnellement équivalente à une cubique sans point singulier. Observons au passage que les cubiques elliptiques sur un corps fini jouent un rôle important en cryptographie. Il s'agit d'une des notions mathématiques qui sont actuellement les plus rentables pour les mathématiciens sur le terrain économique.
Le moment est opportun pour rappeler que le corps des nombres complexes est de dimension 2 sur le corps des réels: pensons au plan de Gauss et à l'écriture d'un nombre complexe à l'aide de deux nombres réels. Dès lors, une courbe algébrique projective complexe qui est compacte rappelons-le, est aussi une surface compacte réelle. Le genre de la courbe est le nombre de trous de cette surface en acceptant qu'elle soit orientable et qu'elle soit un tore. Les pionniers de l'étude des surfaces algébriques projectives complexes ont pu espérer que cette théorie disposerait elle aussi d'un invariant numérique tout puissant comme le genre d'une courbe. Il n'en est rien. Une surface possède une infinité de genres qui sont de manière directe et naturelle des analogues du genre d'une courbe. Il y a le genre arithmétique p_a, le genre géométrique p_g et les plurigenres P_i où i parcourt 2, 3, 4, ... Ces derniers furent découverts par Enriques en 1894. Il importe de mentionner le nom de P_2: c'est le bigenre que nous avons déjà rencontré dans la section 8 à propos du cheval de Lucien Godeaux durant la guerre et au front. Malgré cette pléthore de genres, il faut d'autres invariants. Un invariant majeur est $q=p_g-p_a$ qu'on appelle l'irrégularité car l'intuition historique de la régularité d'une surface correspond à l'égalité des genres arithmétique et géométrique.
Les pistes à remonter sont un peu longues. A titre d'exemple, le genre géométrique est la dimension du système canonique. Le genre P_i est la dimension du système i-canonique. Encore un pas: si S est une surface d'ordre n de l'espace projectif de dimension 3, les courbes i-canoniques sont découpées sur S par des surfaces convenables d'ordre i(n-4).
Il faut encore mentionner un ingrédient numérique supplémentaire, le genre linéaire $p^{(1)}$ qui est le genre des courbes canoniques. Les genres sont des nombres entiers. Le genre géométrique et les plurigenres sont plus grands ou égaux à zéro. Le genre arithmétique peut-être négatif. On

a $p_g \geq p_a$. Une surface est dite régulière si $p_a = p_g$. Sinon, elle est dite irrégulière. A titre d'exemple, une surface réglée ayant des sections de genre m donne $p_g = 0$ et $p_a = -m$. On a encore $P_2 \geq p_g$.
Comment caractériser une surface rationnelle c'est-à-dire une surface birationnellement équivalente au plan projectif complexe. La réponse surprenante est due à Castelnuovo en 1894: il faut et il suffit que le genre arithmétique et le bigenre soient nuls. Plus tard, Castelnuovo et Enriques, en 1894, produisirent chacun des surfaces de bigenre un et de genres (arithmétique et géométrique) nuls.
Dieudonné (1974) nous donne une précieuse intuition de l'irrégularité q: dans $P^3(\mathbb{C})$, toute surface dépourvue de singularités possède une irrégularité égale à zéro. Et, une autre moins intuitive: << Il apparaît assez rapidement que ce nombre est en rapport avec l'homologie en dimension 1 de la surface >>.
Guido Castelnuovo (1865-1952) devint professeur à l'Université de Rome en 1891. Sa collaboration avec Enriques (1871-1946) débuta peu après, en 1892. En 1894, Enriques devint professeur à l'Université de Bologne. Castelnuovo épousa une soeur d'Enriques. Les deux amis, parents et collègues reconstruisirent la Géométrie algébrique sur des bases nouvelles grâce aux systèmes linéaires de sous-variétés et grâce aux divers genres. Ils firent une extraordinaire moisson de résultats nouveaux en peu d'années en jouant des rôles peu symétriques. Près de 670 lettres d' Enriques à Castelnuovo écrites entre 1892 et 1906 ont été retrouvées et publiées par Bottazzini, Conte, Gario (1996). Elles permettent de suivre l'évolution des idées et de la collaboration. Bien des corrections et modifications se sont imposées aux générations successives durant le siècle suivant mais l'oeuvre de ces génies demeure et elle est bien reconnue. Le monument par excellence fut la classification des surfaces algébriques achevée en 1914 et souvent attribuée aujourd'hui à Enriques. Selon un des grands experts actuels, Fabrizio Catanese (2004), de l'Université de Bayreuth, il convient d'en accorder le crédit à Enriques et Castelnuovo. Le résultat était la conséquence d'une succession de travaux des deux amis entamée en 1892. L'achèvement est situé par Catanese dans Castelnuovo-Enriques (1914) publié en allemand dans l'Encyclopédie des Sciences Mathématiques. Signalons ici que Catanese fut le directeur de sept conférences au

célèbre Mathematische Forschungsinstitut d' Oberwolfach de 1994 à 2005. Un de ses élèves est Roberto Pignatelli dont le doctorat fut défendu à Pisa sur " Low genus fibrations and numerical Godeaux surfaces " en 2000 sous la direction de Catanese. L'opinion situant l'achèvement de la classification des surfaces chez Castelnuovo-Enriques (1914) émerge également chez Dieudonné (1974) qui, en page 199 de son volume 2, recommande de voir avant tout Zariski (1935), Godeaux (1949), Castelnuovo-Enriques en 1908 et (1914). Un point de vue analogue mais plus nuancé et qui me semble plus proche de la réalité s'exprime dans le très remarquable texte d'histoire de la Géométrie algébrique italienne de Brigaglia et Ciliberto (1993):
<< Come abbiamo già accennato, la classificazione delle superficie fu perseguita in modo sistematico e per quanto possibile esaustivo per circa mezzo secolo a partire dagli anni '90 del secolo XIX da Castelnuovo e soprattuto da Enriques e dalla sua scuola. Si tratta di un'opera monumentale nella quale si riflettono tutte le idee, i metodi di indagine e le techniche della scuola italiana, di cui è forse il contributo più originale e rilevante. L'idea di base della classificazione è quella di ripartire le superficie in classi di equivalenza birazionale a seconda dei valori assunti dagli invarianti birazionali, in particolari dai plurigeneri e dal genere aritmetico. Dal punto di vista proiettivo cio consiste nel classificare le superficie a seconda del comportamento dei rispettivi modelli canonici o pluricanonici >>.
Reprenons encore la notion de classification. Considérons la séquence infinie des genres. Ceux-ci ne sont pas indépendants. On le comprend dès qu'on dispose de la caractérisation des surfaces rationnelles par Castelnuovo relatée plus haut. Il s'agit donc de réduire les valeurs que peut prendre la séquence des genres et plurigenres et une structure qui l'accompagne. Le fait que ce fut possible dans l'apparente jungle des surfaces fut surprenant et le demeure. A la sauvagerie des surfaces projectives succède un ordre birationnel inattendu quand on a perçu la floraison des genres. Cet ordre n'est pas entièrement élucidé. On se situe dans la voie de la classification des surfaces d' Enriques-Kodaira dans la terminologie actuelle.
Ce n'est pas tout.
Considérons une séquence admissible S de genres. La preuve qu'elle est admissible s'est faite en produisant un exemple. Un nouveau problème se

pose déjà: étudier l' “espace” de toutes les surfaces possédant la séquence S. Bref, la “chasse” classificatoire n'est pas achevée. Comme le disent Brigaglia-Ciliberto ci-dessus, un inventaire exhaustif est poursuivi si possible. Ce n'est pas une tâche facile.
A ce sujet, suivons brièvement une remarquable étude de Castelnuovo due à Giacardi (2007) à laquelle nous empruntons une citation. Le texte est dû à Castelnuovo en 1928, à Bologne, au Congrès International des Mathématiciens. Il s'exprime sur la théorie des surfaces d' Enriques et Castelnuovo. Son texte est en italien. Livia Giacardi en assure une traduction en anglais que je reprends telle quelle. Castelnuovo parle d' Enriques et lui.
<< We had created “in an abstract sense”, of course a large number of models of surfaces in our space or in higher spaces; and we had split these models, so to speak, between two display windows. One contained regular surfaces for which everything proceeded as it would in the best of all possible worlds; analogy allowed the most salient properties of plane curves to be transferred to these. When, however, we tried to check these properties on the surfaces in the other display, that is on the irregular ones, our troubles began, and exceptions of all kinds would crop up ... With the aforementioned procedure, which can be likened to the type used in experimental sciences, we managed to establish some distinctive characters between the two surface families ...>>.

Nous retrouvons un propos analogue dans un exposé de Stéphane Zahnd à l'Université de Lille en 2006:
<< Un monde “gentil” peuplé de surfaces assez proches du plan projectif (les surfaces rationnelles) et un monde hostile habité par toutes sortes de surfaces indubitablement plus pathologiques les unes que les autres >>.
On aura compris le caractère déconcertant de l'invariant q (l'irrégularité), qu'il fallut bien des efforts pour en saisir les vérités et qu'à vrai dire, il y demeure bien du travail.

Bien après la percée due à Enriques et Castelnuovo, un autre invariant s'est classiquement ajouté à ceux que nous avons nommés sans les définir: il s'agit de la dimension de Kodaira. Nous y revenons dans la section 37.

33. GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE ITALIENNE

L'oeuvre immense de Lucien Godeaux en Géométrie algébrique se situe dans le sillage d'Enriques et de Castelnuovo dont nous avons esquissé le parcours en théorie des surfaces. Il convient également de situer brièvement ces géants dans l'histoire. Dans le remarquable Dieudonné (1974) l'auteur consacre son Volume 1 de 232 pages à l'histoire de la discipline.
Voici les étapes qu'il distingue:
-Première époque. Préhistoire (ca. 400 av. J.-C.-1630 apr. J.-C.)
-Deuxième époque. Exploration (1630-1795)
-Troisième époque. L'âge d'or de la Géométrie projective (1795-1850)
-Quatrième époque. Riemann et la Géométrie birationnelle (1850-1866)
-Cinquième époque. Développement et chaos (1866-1920)
-Sixième époque. Nouvelles structures en géométrie algébrique (1920-1950)
-Septième époque. Faisceaux et schémas (1950-)
Il va de soi que cette structuration fascinante et pénétrante doit se considérer avec un grain de sel.
Nos héros Enriques-Castelnuovo et leur école qu'on appelle la Géométrie algébrique italienne, se situent dans la Cinquième époque.
Voyons comment Dieudonné structure celle-ci:
1. L'école algébrique
2. L'école géométrique et les séries linéaires
3. La théorie "transcendante" des variétés algébriques
4. L'école italienne et la théorie des systèmes linéaires
5. Surfaces rationnelles et transformations de Cremona

L'époque fasciste et la seconde Guerre mondiale infligèrent un certain isolement à la Géométrie algébrique italienne, toujours florissante. Selon le témoignage du Professeur Dionisio Gallarati recueilli par Paul Van Praag en 1961, Lucien Godeaux fit connaître les travaux italiens au niveau international et il gagna ainsi un immense respect des mathématiciens italiens.

34. RÉSULTATS de GODEAUX 1931, 1933 et 1934

La recherche d'exemples est indispensable en Géométrie algébrique comme dans d'autres sujets mathématiques. Elle y est à vrai dire cruciale en raison des possibilités de classification qui s'y offrent sur la base des invariants numériques comme les genres.

Citons le témoignage du grand Serge Lang (1961) dans sa recension du premier volume du Traité d' Alexander Grothendieck:
<< ... theorems and conjectures still get discovered and tested on special examples, for instance elliptic curves or cubic forms over the rational numbers. And to handle these, the mathematician needs no great machinery, just elbow grease and imagination to uncover their secrets. Thus as in the past, there is enough stuff lying around to fit everyone's taste >>.

Dans Godeaux (1931), une découverte d'exemple essentielle est faite. L'idée est de partir d'une quintique S d'un espace projectif de dimension 3 ayant une équation extrêmement simple, somme de puissances cinquièmes des coordonnées et d'une forme linéaire. Il y a donc 5 termes. On voit aussitôt une projectivité d'ordre 5 conservant S et n'ayant aucun point fixe sur S. Elle génère une partition de S en quintuples de points qu'on appelle une involution cyclique d'ordre cinq. On passe au quotient de S par l'involution et on obtient une surface algébrique nouvelle S/5. Ce sera une Surface de Godeaux. L'auteur montre que les genres arithmétique et géométrique sont nuls et que le bigenre P_2 est égal à 2.
C'est une sensation. Des exemples de Castelnuovo et d'Enriques obtenus en 1894, établissaient l'existence de surfaces de genres zéro et bigenre un.

Un nouvel exemple ayant les mêmes genres que la Surface de Godeaux mais produit selon une autre approche figure peu de temps après dans Campedelli (1932) et dans le même journal italien.
Dans Godeaux (1934b), nous obtenons une synthèse. Godeaux situe le problème. Il montre que les divers exemples connus sont

birationnellement distincts et donne la construction de Campedelli. Il produit surtout un nouvel exemple important pour lequel $P_2=2$ et $P_3=4$.

Lucien Godeaux ne s'est pas limité à une production d'exemples.
Suivons sa relation dans [Not LG] où l'étude générale des Surfaces de Godeaux émerge:
<< En 1894, lorsqu'il donna les conditions de rationalité d'une surface, Castelnuovo établit l'existence d'une surface de genres $p_a=p_g=0$ ayant une courbe bicanonique. Enriques en construisit une autre et la question était posée: déterminer les surfaces non rationnelles de genres $p_a=p_g=0$. Quelques exemples furent établis (Dans l'ordre chronologique, Godeaux, Campedelli, Burniat). Nous avons attaqué cette question dans le cas général. Notre première méthode fut l'obtention de ces surfaces comme images d'involutions privées de points unis, mais nous avons reconnu qu'elle était d'application difficile. Nous avons ensuite établi qu'il existait sur une surface F en question, au moins une courbe qui se décomposait de deux manières en deux courbes. L'exploitation de ce résultat nous conduisit à montrer que si la surface a un système bicanonique irréductible qui soit au moins doublement infini, elle est l'image d'une involution du second ordre, privée de points unis, appartenant à une surface possédant une seule courbe canonique. Dans un travail inédit, nous formons des exemples de ces surfaces >>.
Voici donc la naissance d'une théorie générale des Surfaces de Godeaux.

Signalons déjà que les Surfaces de Godeaux constituent une partie de la mystérieuse classe des " Surfaces de type général", une des entrées dans la classification d' Enriques-Kodaira. Dans un exposé déjà cité plus haut, de Stéphane Zahnd à l'Université de Lille en 2006, il est dit ceci à propos des quintiques de type général: << On ne sait rien de celles-ci. En effet, elles constituent une famille tellement vaste que l'on ne peut a priori rien en dire de générique >>.

35. APPRÉCIATION d' ENRIQUES

Les résultats de Godeaux furent appréciés par Enriques. Dans son livre Enriques (1934), constitué de leçons récoltées par Luigi Campedelli

(1903-1978), il cite Godeaux (1931) qui est à la base des Surfaces de Godeaux actuelles et il cite Campedelli (1932) qui accompagne sans désemparer les Surfaces de Godeaux dans les travaux de notre époque. Ainsi, deux grandes références devenues classiques, sont reconnues par le Maître dès leur parution.
Ensuite, nous entrons dans Enriques (1949) qui est l'ouvrage par excellence cité de nos jours en ce qui concerne les Surfaces algébriques à la manière d' Enriques et Castelnuovo.
Il s'agit d'une remarquable synthèse posthume. Enriques confirme son appréciation antérieure. Il situe l'importance des exemples construits par Godeaux et Campedelli à l'issue (page 95) d'une description de deux surfaces surprenantes obtenues en 1894, l'une par lui-même et l'autre par Castelnuovo. C'étaient les premières surfaces de genres zéro et de bigenre strictement positif. Elles demeurèrent isolées.
<< Per lunghi anni non si sono presentati altri esempi di superficie di genere $p=0$ e di bigenere $P_2>0$, e specialmente rimaneva senza riposta la domanda se tra tali superficie ne esistano di quelle per cui il genere lineare $p^{(1)}>1$, possedenti un sistema bicanonico irriducibile di dimensione >1. A quella domanda rispondono ora gli esempi effettivamente costruiti, simultaneamente e indipendamente l'uno dall'altro, da L. GODEAUX e da L. CAMPEDELLI nel 1931-32 >>. Enriques détaille la surface obtenue par Campedelli en pages 229-230 de son livre.
Un autre commentaire élogieux apparaît en page 455, pour les << travaux intéressants de l'école belge, et particulièrement de GODEAUX >>.
Dans le chapitre 8, Enriques s'occupe d'exemples de surfaces canoniques hyperspatiales et il cite alors, parmi d'autres auteurs durant les années 1936 à 1944, les travaux de Godeaux (1936b, 1936c, 1937b, 1944a, 1944b, 1944c). Il cite également notre Confrère Pol Burniat (1936a, 1936b, 1937) qui fut l'élève de Lucien Godeaux et d'Enriques. Les surfaces canoniques sont réétudiées notamment par le grand Enrico Bombieri (1973), Médaillé Fields en 1970 dans un travail souvent cité.
Un bon nombre de réfutations et de corrections au livre d'Enriques ont été publiées. Parmi elles, relevons deux apports de Pol Burniat, élève à la fois de Godeaux et d'Enriques. Dans Burniat (1965a) nous lisons:
<< Dans son ouvrage posthume " Le superficie algebriche", F. Enriques présente, page 397, un modèle possédant un faisceau elliptique de

courbes de genre 1 et auquel il attribue, sans démonstration, les genres géométrique et arithmétique $p_g=4$ et $p_a=3$. Nous nous proposons de montrer que cette surface possède en fait les genres $p_g=3$ et $p_a=2$ ››. Dans Burniat (1965b) se corrige une erreur à la page 464 d'Enriques (1949): ‹‹ On construit des surfaces algébriques de genres $P_2>1$, $p^{(1)}=1$, $p_a=-1$, $p_g=p-1$, $p>1$, porteuses d'un faisceau de genre $p=p_g+1$ de courbes elliptiques. L'existence de pareilles surfaces n'est pas admise dans la classification générale des surfaces algébriques proposée par Enriques ››.

Une correction de travaux d'Enriques est faite aussi dans le livre Zariski (1935) que nous parcourons brièvement dans la Section suivante. Ceci est repris et rediscuté dans Enriques (1949) en page 214.
Malgré les inconvénients dûs aux erreurs, le livre d'Enriques demeure une source d'inspiration classique et importante. Une traduction en anglais sera éditée par Cambridge University Press. Elle est due à F. Catanese, C. Ciliberto et R. Pardini. Elle comportera très certainement d'utiles mises au point.

36. ZARISKI 1935 et 1970

Un acteur essentiel dans notre récit est Oscar Zariski (1899-1986) qui domine la section 41 consacrée au Blow Up. Il intervient ici pour son livre (Zariski 1935) consacré aux surfaces algébriques et qui marque un tournant dans la direction de l'algèbre et de la rigueur, avec beaucoup de respect pour la Géométrie algébrique italienne dont il est issu. Il fut effectivement le disciple de Castelnuovo et Enriques à Rome (Doctorat en 1925). Il allait exercer un leadership sur la Géométrie algébrique d'une grande fécondité avec des élèves tels que Shreeram Abhyankar (PhD en 1956), Michael Artin (PhD en 1960), Heisuke Hironaka (PhD en 1960) Médaille Fields en 1970, Robin Hartshorne (PhD en 1963), David Mumford (PhD en 1961) Médaille Fields en 1974 qui allaient figurer à leur tour parmi les grands leaders de la discipline. Il ne faut pas manquer l'extraordinaire biographie de Zariski due à Parikh (1991).
Dans Zariski (1935) le Chapitre III se termine par une page consacrée aux systèmes pluricanoniques d'une surface. La dimension du i-système

pluricanonique, augmentée de 1 est ce qu'on appelle le i-genre de la surface. On le désigne par P_i. En particulier, $P_1=p_g$, P_2 est le bigenre, etc. Les plurigenres ont une importance spéciale dans la théorie des surfaces pour lesquelles $p_g=0$ en raison du fait que le système canonique n'existe pas mais le système i-canonique peut exister pour des valeurs suffisamment élevées de i. Zariski cite alors les fameux exemples d'Enriques, Castelnuovo, Godeaux (1931, 1934b) et Campedelli et conclut en déclarant que les plurigenres jouent un rôle essentiel dans la classification des surfaces basée sur les valeurs particulières de leurs invariants.
Dans un chapitre ultérieur, il cite des exemples intéressants de surfaces provenant de Godeaux (1914b, 1915).
Zariski cite également Godeaux (1914a), un autre travail important que nous rencontrons dans d'autres sections et qui constitue les débuts remarqués à la suite d'Enriques.
Situons encore Zariski (1935) par un extrait de Dieudonné (1974):
<< Aussi bien la théorie transcendante des surfaces algébriques que celle des systèmes linéaires de l'école italienne sont décrites exhaustivement dans Zariski (1935) ... La seconde édition comporte d'importants Appendices, rédigés par S. Abhyankar, J. Lipman et D. Mumford, interprétant en termes modernes les résultats cités par Zariski et indiquant comment ils ont été complétés ou développés jusqu'en 1970 >>.
La deuxième édition de 1970 est un livre essentiel pour situer l'état de la théorie des surfaces à ce moment, en présence d'une foule de développements.

37. ENRIQUES-KODAIRA

Kunihiko Kodaira (1915-1997) émerge alors comme un surdoué au sein d'une culture japonaise très militarisée qui n'est guère ouverte à la science occidentale. Il est et sera toujours un être d'une modestie incomparable. Il est fort dans toutes les disciplines excepté le sport. Dès lors il n'offre aucun intérêt militaire et il traverse la tourmente de la guerre mondiale dans une tranquillité relative, en jouissant de la liberté de penser et d'apprendre. Il étudie et maîtrise la langue anglaise avant 14 ans. Il n'est guère encadré sur le plan mathématique tout en accédant peu

à peu à la littérature américaine présente à la Bibliothèque de l'Université de Tokyo. Sa thèse en 1949, sous l'influence des idées de Weyl, von Neumann, Stone, Hodge, Weil, Zariski se situe dans l'Analyse moderne. Elle est publiée par les Annals of Mathematics, le meilleur journal du monde qui soi dit en passant, chauvinisme oblige, est édité à ce jour et depuis de nombreuses années par le belge Jean Bourgain.
Des invitations viennent aussitôt à Kodaira pour séjourner, enseigner et chercher à la Princeton University et l'IAS (Institute for Advanced Study) où il est professeur en 1949-1961.
En 1954 il reçoit la Médaille Fields à Amsterdam en compagnie de Jean-Pierre Serre.
Au début des années 1960, il prend connaissance de la Géométrie Algébrique. Il entreprend une véritable révolution conceptuelle de la Théorie des Surfaces. Le monument d'Enriques-Castelnuovo est modernisé, simplifié et dépassé. La Classification d'Enriques survit et se prolonge aux Surfaces Analytiques complexes compactes. Il obtient deux familles nouvelles qui ne sont pas algébriques. Il s'est servi de la théorie des faisceaux élaborée par Jean-Pierre Serre durant les années 1950. Dès lors, «les grands» se réfèrent à et exposent la Classification d'Enriques-Kodaira.

Je cite enfin la fameuse classification d' Enriques dans la version de Chris Peters (2007) un des meilleurs experts actuels de la théorie des surfaces, Professeur à l'Université de Grenoble. Il figure parmi les auteurs de la référence de base Barth e.a. (1984 et 2004). Ici, nous nous situons au chapitre six de son cours.
Nous n'expliquons pas le nombre k.
‹‹ After these preparations let me state the Enriques Classification theorem.
Theorem 7. (Enriques Classification) Let S be a minimal algebraic surface. Then S belongs to one of the following non-overlapping classes:
1. ($k= -1, q = 0$) $S = P^2$, $S = F_n$, $(n = 0, 2, 3, \ldots)$.
2. ($k= -1, q > 0$) S a geometrically ruled, surface over a curve of genus > 0.
3. ($k= 0, q = 2, p_g = 1$) S is an Abelian surface,

4. ($k = 0, q = 1, p_g = 0$) S is bi-elliptic,

5. ($k= 0, q = 0, p_g = 1$) S is K3,

6. ($k= 0, q = 0, p_g = 0$) S is Enriques,

7. ($k= 1$) S is minimal elliptic but not equal to 0 or -1,

8. ($k= 2$) S is of general type ».

Il convient de remarquer qu'il existe diverses versions de la liste des familles et qu'on en cite souvent cinq. Enriques (1949) en livre 10. Suivons Brigaglia-Ciliberto (1993) pour des descriptions un peu plus détaillées des premières familles.

La première famille est d'abord celle des surfaces rationnelles dont la caractérisation par Castelnuovo se joue en 1894. Les diverses surfaces rationnelles sont birationnellement isomorphes au plan ou plus exactement, le plan de Cremona dont nous avons évoqué l'axiomatisation par Tits. On peut caractériser ces surfaces par le fait que tous leurs plurigenres sont nuls et que q=0.

Dans la première famille figurent aussi les surfaces d'Hirzebruch F_n.

La deuxième famille comprend les surfaces dont tous les plurigenres sont nuls et dont q est non nul. Ce sont des surfaces réglées irrationnelles. Cette classification est due à Enriques en 1896.

La troisième famille comprend celles qu'on appelle surfaces abéliennes du nom de Niels Henrik Abel (1802-1829). Ce sont les surfaces irrégulières dont tous les plurigenres sont égaux à 1. Classées par Enriques-Severi (1907) et Bagnera-De Franchis (1907-1909).

La quatrième famille comprend celles qu'on appelle surfaces bi-elliptiques. Ce sont les surfaces irrégulières avec p_g=0 et P_2=1. Obtenues par Enriques-Severi (1907) et Bagnera-De Franchis (1907-1909).

La cinquième famille est constituée de celles qu'on appelle surfaces K3. Ce sont les surfaces régulières dont tous les plurigenres sont égaux à 1. Elles furent caractérisées par Enriques en 1896 comme surfaces régulières à courbes sections canoniques. Elles furent étudiées et classées de manière indépendante par Enriques en 1908 et par Severi en 1909. Le nom K3 est apparu durant le dernier demi-siècle: il se réfère à Eduard Kummer (1810-1893), Erich Kähler (1906-2000) et Kunihiko Kodaira (1915-1997).

La sixième famille est constituée de celles qu'on appelle surfaces d'Enriques. Tous les plurigenres sont égaux à 1 ou 0. Ce sont plus exactement les surfaces régulières (q=0) avec p_g=0 et P_2=1. Nous les rencontrons aussi à plusieurs reprises dans notre texte comme surfaces de genres zéro et de bigenre un. Le nom est donné en l' honneur du premier exemple de 1896 venu en contre-exemple à la conjecture de Noether selon laquelle q=p_g=0 implique que la surface soit rationnelle. Les surfaces d'Enriques furent classées par Enriques en 1906.
La septième famille et a huitième famille ne sont pas expliquées ici.

Expliquer Mumford-Bombieri
La classification fut étendue aux surfaces sur un corps algébriquement clos de caractéristique p>0 par Mumford dès 1970. Cette entreprise fut achevée en collaboration par David Mumford et Enrico Bombieri (1976) les deux Médaillés Fields en 1974 à Vancouver. Ils ont obtenu deux famille(s) de surfaces supplémentaires par rapport à Enriques; il s'agit de surfaces qui vivent en caractéristique deux.

Il convient de citer Bombieri (1973), le fameux Médaillé Fields de 1974, Prix Balzan 1980 et actuellement Professeur à l' Institute for Advanced Study de Princeton qui publie dans la revue mathématique peut-être la plus prestigieuse par la densité de mathématiques qu'on y a vu défiler. Il s'occupe des "surfaces de type général " dont il étudie les modèles canoniques. Dans ses conclusions, il est amené à corriger gentiment mais fermement une déclaration d' Enriques (1949) en produisant des contre-exemples. Il cite également les exemples de surfaces obtenues dans Godeaux (1934).

38. SURFACES de GODEAUX et SURFACES de TYPE GÉNÉRAL

Une notion appelée Surface de Godeaux joue un rôle important en Géométrie Algébrique. Les Surfaces de Godeaux sont détectées dans le Séminaire Bourbaki, 29è année, 1976/77, n°500 par Paul Van Praag. Il s'agit d'un exposé dû à A. Van de Ven sur "Some recent results on surfaces of general type ". Cet article livre une référence à Y. Miyaoka

“Tricanonical maps of numerical Godeaux surfaces” Inventiones Math. 34 (1976) 99-111. Un journal de tout premier plan, longtemps édité par Tits.

Voici le témoignage de Miles Reid (2007) , Professeur à la Warwick University. C’est un des grands experts de la géométrie des surfaces. Un bel hommage à Godeaux dans un contexte évoquant Deligne, Serre, Bombieri, Mumford et d’autres. Reid séjourna et se forma à Paris au début des années 1970.
<< In the two years in Paris I was exposed to a quite extraordinary spectrum of math activities -- the courses at Orsay and Deligne's lectures at the IHES, the Bourbaki seminars and Serre's lecture courses at College de France, lectures by visitors to Paris such as Van de Ven, Bombieri and Hirzebruch. I also spent three months at the Warwick symposium run by Mumford in summer 1971, meeting Mike Artin, Seshadri, C.P. Ramanujam, Bombieri and many others. In passing, I absorbed from Deligne, Artin and Van de Ven the ideas of the classification of surfaces, and especially from Bombieri the problem of Godeaux surfaces, which later grew into one of the main preoccupations and sources of inspiration of my career >>.

39. SITUATION ACTUELLE de la THÉORIE des SURFACES

Une référence essentielle pour la théorie des surfaces complexes compactes est le traité de Barth, Hulek, Peters, van de Ven (1984 et 2004) en 436 pages.
Voici ce qu’en dit l’annonce de l’ éditeur intitulée “ About this book “
<< The first edition of “ compact Complex Surfaces” was published in 1984 and has become one of the most important books on the subject. In this second enlarged edition the major developments of the last 20 years have been incorporated. The Enriques-Kodaira classification is carried out in the spirit of Mori theory and many new developments have been added, including new analytic tools as well as new algebraic methods such as the Theorems of Bogomolov and Reider and their applications. A new section is devoted to the stunning results achieved by the introduction of Donaldson and Seiberg-Witten invariants >>.

Un autre gage d'activité intense de haut niveau est évidemment le programme des 50 grandes conférences annuelles du Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach réunissant des équipes d'experts venus du monde entier dans la Forêt Noire. En Février 2005, une conférence "Komplexe Algebraische Geometrie" y fut dirigée par Fabrizio Catanese (Bayreuth), Yujiro Kawamata (Tokyo), Gang Tian (MIT) et Eckart Viehweg (Essen). Une conférence de Frank-Olaf Schreyer (U. de Saarbrücken) fut consacrée à " An experimental approach to numerical Godeaux surfaces" (Schreyer 2005). Une recherche sur internet permet de réaliser que cette conférence a été refaite en de nombreux endroits prestigieux notamment américains. L'auteur y rappelle une définition du concept de Surface de Godeaux. A certains égards les Surfaces de Godeaux sont les surfaces de type général ayant les plus petits invariants. Une classification complète des surfaces de Godeaux demeure ouverte. Il y a des résultats importants dans cette direction dûs à Miyaoka (1976) dans les Inventiones, Reid (1991) et Rebecca Barlow (1985) également dans les Inventiones. La production d'exemples suit traditionnellement Godeaux (1931) ou Campedelli (1932). Ici, l'auteur présente une troisième approche se servant d'algèbre homologique et il envisage de poursuivre son étude à l'aide d'un logiciel de Calcul Symbolique (Computer Algebra) et d'un algorithme probabiliste.
Dans un autre exposé, Roberto Pignatelli fait rapport sur des surfaces pour lesquelles $q=p_g=1$ à propos de recherches conjointes avec Fabrizio Catanese.
En Juin 2006, se déroula une Conférence à Oberwolfach sur " Classical Algebraic Geometry" dirigée par David Eisenbud (Berkeley), Joe Harris (Cambridge) et Frank-Olaf Schreyer (Saarbrücken). Nous y relevons l'exposé de Miles Reid (Warwick University) sur: " Attempt to construct the general simply connected Godeaux surface". Les résultats (Reid 2006) se rapprochent de ceux présentés par Frank-Olaf Schreyer en 2005 mais les méthodes sont différentes. L'auteur travaille sur un projet d'article développant cette recherche (Reid (Prépa)).
Une thèse récente de 157 pages est consacrée à "Numerical Godeaux surfaces with an automorphism of order three". Son auteur est Eleonora Palmieri (2007) et son promoteur est Ciro Ciliberto à l'Université de Rome.

Un autre expert actuel des Surfaces de Godeaux est Dieter Kotschick, Université de Münich, Lauréat du Prix Godeaux en 1995 (Kotschick 1995).

Sur le terrain des Surfaces de type général, Bauer e.a. (2006) présentent un survol de développements récents accompagné d'une bibliographie copieuse.

Il convient encore de souligner la constitution et le fonctionnement depuis 1990 d'EAGER (European Algebraic Geometry Research Training Network) qui associe des centaines de chercheurs d'Italie, France, Royaume-Uni, Allemagne etc. dans des projets, la formation, des écoles et conférences.
En 2003, le noeud français d' EAGER intitulé " Géométrie algébrique complexe" comptait une centaine de chercheurs.
En 2000-2001, le noeud EAGER de Rome comportait environ 100 membres travaillant à Bari, Catania, Cosenza, Ferrara, Firenze, L'Aquila, Napoli, Pavia, Perugia, Pisa, Roma. Le coordonnateur était Ciro Ciliberto que nous avons rencontré déjà plusieurs fois (Brigaglia, Ciliberto 1993).
Parmi cinq domaines d'expertise, nous relevons :
<< Algebraic surfaces. canonical and pluricanonical mappings for surfaces of general type ...>>.
Nous constatons que la Géométrie algébrique italienne renaît, qu'elle s'occupe des Surfaces de type général et nous nous souvenons que les Surfaces de Godeaux en sont.
Divers travaux de Burniat en sont également.

40. AUTRES TRAVAUX de GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE

Nous avons discuté des travaux de Lucien Godeaux dans bon nombre de sections notamment les Travaux de synthèse puis très longuement le contexte des Surfaces de Godeaux.
Il convient d'aborder d'autres joyaux.

Anneaux de Godeaux-Serre
Le relation à Jean-Pierre Serre est un grand bonheur pour notre récit. Rappelons que Serre, né en 1926, possède le plus beau des palmarès de

mathématicien: Médaille Fields en 1954 à Amsterdam, Prix Balzan 1985, Prix Wolf de Mathématique en 2000 et Prix Abel de Mathématique en 2003. Professeur au Collège de France en 1956, à 30 ans. Voici un extrait à son sujet dans le très remarquable Berger (2006):
<< Avec Weil, Zariski et Grothendieck, il est l'un des quatre fondateurs de la géométrie algébrique moderne. on peut dire qu'il est le premier Français à avoir fait de la géométrie de premier plan après Elie Cartan >>. Et plus loin: << Il est, dès son entrée dans Bourbaki, l'un de ses membres les plus influents >>.
Rappelons ici qu'un travail majeur pour la "nouvelle" Géométrie algébrique est Serre (1955) .
Mais, revenons à la relation avec Lucien Godeaux.
Voici un article de Serre (1961) présenté par Zariski à la National Academy of Science des Etats-Unis. D'une extrême concision et d'un rare niveau conceptuel comme il se doit. Deux pages. Le but est une construction d'exemples de variétés projectives en caractéristique p non relevables en caractéristique zéro. Au départ, la théorie des schémas de Grothendieck selon un texte de 1959. Elle << permet de définir avec précision le terme de "relèvement" >>. Un des ingrédients est un anneau local noethérien complet. Après la définition, deux questions sont formulées. Serre entame une construction de contre-exemples. En cours de route, nous lisons: << Un raisonnement classique, dû essentiellement à Godeaux, montre qu'il existe une sous-variété non singulière ... >>.
Nous espérons une référence. C'est Serre (1956), un article souvent cité mais que je n'ai pas encore été en mesure de consulter. Quel est donc le travail de Godeaux concerné ? En tout cas, l'honneur est immense.
Sur cette piste, voici un témoignage de Franz Bingen qui se souvient d'avoir assisté à un cours de Serre sur les Faisceaux algébriques cohérents dans lequel Godeaux fut cité pour une construction de revêtement double de surface algébrique sans points ramifiés.
Sur cette piste encore, je rencontre un projet de recherche récent dû à Rebecca Field (University of California à Santa Cruz), jeune mathématicienne ayant obtenu son PhD en 2000 à l'Université de Chicago. Son promoteur était Burt Totaro. Ici, partant d'un groupe classique G (sur le corps des complexes)) elle décrit l'espace BG, le fibré tangent à G . Elle écrit: << Finally, the finite dimensional approximations to BG are interesting algebraic varieties themselves. They are of the form (V- S)/

G where V is a representation of G and S is the closed subvariety on which G fails to act freely. These spaces are a famous source of examples in algebraic geometry they were originally introduced by Godeaux, studied by Serre, and have been used by Atiyah and Hirzebruch to provide counterexamples to the integral version of the Hodge conjecture ››. Après Serre, Zariski et Grothendieck voici donc d'autres géants contemporains comme Atiyah, Hirzebruch et Hodge sur la route de Lucien Godeaux.

<u>Variétés algébriques de dimension trois et plus</u>

Lucien Godeaux a fait oeuvre de pionnier, parmi d'autres, dans l'étude des variétés algébriques de dimension trois et plus. Suivons le brièvement sur ce terrain dans [Not LG]:

‹‹ La théorie des variétés algébriques à trois dimensions et plus est encore dans un stade que l'on pourrait appeler expérimental. nous avons étendu à ces variétés, dans une certaine mesure, la théorie des involutions cycliques et construit des variétés ...››.

41. CLAIRE VOISIN: AU TOP de la GEOMETRIE ALGEBRIQUE en 2016

En 2012, mon Collègue et ami Paul Van Praag attire mon attention sur une étoile de la Géométrie Algébrique apparue à Paris. Il s'agit de Claire Voisin née en 1962. Une maman de cinq enfants, Directrice de recherche à l'Institut de Mathématiques de Jussieu pour l'équipe «Topologie et Géométrie Algébrique» à la tête de dix jeunes et brillants chercheur-chercheuses. Elle est Editrice des Publications Mathématiques de l'IHES, un journal qui se situe au sommet mondial !

Elle est Membre de l'Académie des Sciences de Paris.

Et le lien avec Godeaux ? Un peu de patience.

Un des grands problèmes ouverts en Géométrie Algébrique est la Conjecture de Bloch concernant les surfaces. Une conjecture que je ne suis pas en état d'expliquer. Un titre de notoriété pour Claire Voisin est de l'avoir démontrée pour les Surfaces de Godeaux.

En juin 2016, Claire Voisin devient la première femme Professeur au Collège de France. Le Collège crée une chaire de Géométrie Algébrique. Un remarquable Communiqué de Presse est disponible sur Internet.

Je cite: ‹‹ ... Claire Voisin est reconnue ... pour avoir une connaissance ‹‹extraordinaire ›› des variétés algébriques ...››.

Et plus loin:
<< Une place importante des travaux de Claire Voisin est occupée par la conjecture de Hodge, parmi les 7 problèmes du millénaire l'un de ceux dont la formulation est la plus complexe, et qui est aussi emblématique de toute une partie de la géométrie algébrique allant de la théorie de Hodge à la théorie des motifs >>.
Pour rappel, la résolution d'un des 7 problèmes du millénaire est dotée d'un million de dollars par la Fondation Clay.

42. Le MALHEUR du BLOW UP

Un épisode profondément malheureux pour notre héros, pour nos mathématiques et pour la Géométrie algébrique italienne résulte de la gigantesque méprise dont l'auteur fut Léon Derwidué (1914-1971). Dans Godeaux 1949-1950, l'auteur conte sobrement un moment de triomphe.
<< M. L. DERWIDUÉ, chef de travaux à l' Université de Liège, s'est tout d'abord occupé de la détermination des transformations birationnelles du plan et de l'espace dont on donne soit une courbe, soit une surface unies. Il a ensuite abordé un problème difficile dont la solution était depuis longtemps en suspens: celui de démontrer qu'une variété algébrique peut toujours être transformée, par des transformations birationnelles, en une variété dépourvue de singularités. Par des moyens relativement simples, il est parvenu à la démonstration de ce théorème. >>
Cette " solution" allait s'écrouler totalement. On était au début des années 1950. Avant de donner des détails, reportons nous à Dieudonné (1974) qui consacre une page (210-211) de son Volume 1, à la Résolution des Singularités.
<< Le résultat le plus important des dix dernières années en Géométrie algébrique est sans doute la résolution, des singularités pour une variété algébrique de dimension quelconque sur un corps de caractéristique 0, obtenue par Hironaka en 1962 par une monumentale récurrence multiple d'une extraordinaire ingéniosité et complexité (la plus longue démonstration existante en mathématiques après celle du théorème de Feit-Thompson sur les groupes simples). En fait, la démonstration de Hironaka s'applique aussi à certains espaces analytiques, et a été récemment généralisée par lui à tous les espaces analytiques; il est

intéressant de noter que bien que traitant de variétés sur un corps, elle utilise essentiellement la technique des schémas (notamment en faisant intervenir, dans la récurrence, des schémas sur un anneau local). Sur un corps de caractéristique p>0, Abhyankar a démontré le théorème de résolution des singularités pour les surfaces; lui-même et Hironaka ont ensuite étendu ce résultat à tous les schémas excellents de dimension 2 ».
Ce texte dû à un Maître, situe bien l'importance et la difficulté du problème que pose la Résolution des singularités, problème mieux connu aujourd'hui comme celui du "Blow up" ou "éclatement" des singularités. Observons à ce propos qu'une transformation birationnelle réalisant l'éclatement d'une singularité n'est en rien destructrice. Elle est plutôt destinée à révéler la structure de la variété dans le "voisinage" des points infiniment voisins de la singularité. Elle relève donc d'une chirurgie proprement infinitésimale.
Signalons que Shreeram Abhyankar fut l'élève de Zariski et qu'il est né en 1930.
L'éloge que Dieudonné adresse à Heisuke Hironaka, né en 1931, se prolonge avec vigueur quand on sait que la Médaille Fields fut attribuée à Hironaka au cours du Congrès International des Mathématiciens de Nice en 1970. A cette occasion, son "laudatio" fut prononcé par un autre Maître: Alexander Grothendieck. En voici un extrait:
« Contrairement à ce qui était l'impression générale chez les géomètres algébristes avant qu'on ne dispose du théorème de Hironaka, celui-ci n'est pas un résultat tout platonique, qui donnerait seulement une sorte de justification après coup d'un point de vue en géométrie algébrique (celui où les variétés sont plongées à tout prix dans l'espace projectif) qui est désormais dépassé. C'est au contraire aujourd'hui un outil d'une très grande puissance, sans doute le plus puissant dont nous disposions, pour l'étude des variétés algébriques ou analytiques (en caractéristique zéro pour le moment). Cela est vrai pour l'étude des singularités d'une variété, mais également pour l'étude "globale" des variétés algébriques (ou analytiques) non singulières, notamment pour le cas des variétés non compactes ».
Observons que l'article d' Hironaka (1964) possède 217 pages.
De nos jours, il existe une approche bien plus courte et plus compréhensible du Théorème de Hironaka. Nous renvoyons à Kollar

(2007) qui présente ce résultat en 69 pages et qui cite les nombreux travaux ayant émergé durant les dix dernières années. Il existe également une preuve constructive récente due à Villamayor. Elle donne lieu à un algorithme qui a été implémenté dans le système de Calcul symbolique Maple.
Observons encore qu' Hironaka fut l'élève de Zariski à Harvard où il obtint son doctorat en 1960. Sa Résolution des Singularités fut obtenue en 1964. Le cas des surfaces est dû à R.J. Walker (1935) et celui des variétés de dimension trois à Zariski (1939, 1944). On trouvera des pages qui importent pour la relation de Zariski à Hironaka dans le superbe livre de Carol Parikh (1991). A titre d'exemple, quand Hironaka annonça au téléphone à Zariski qu'il voulait reconsidérer le problème des singularités, le Maître lui dit: « You need strong teeth to bite in ». Rappelons aussi que Zariski avait été l'élève de Castelnuovo et d'Enriques à Rome dans les années 1920. Enriques en aurait volontiers fait son gendre.
Revenons au malheur vécu et créé par Léon Derwidué selon le récit de Reitberger (1999). Dans deux articles parus dans le Bulletin de la Classe des Sciences Derwidué (1948) esquisse son approche de la résolution des singularités. Dans Mathematical Reviews, un rapport assez bref est dû à R.J. Walker qui achève par le commentaire suivant: « The reviewer was unable to follow many of the author's geometric arguments ».
L'année suivante Derwidué publie un mémoire de 139 pages (Derwidué 1949a) à la Société Royale des Sciences de Liège. Il y estime que le problème de la Résolution des Singularités est achevé. Le résumé dans Mathematical Reviews, de R.J. Walker, expert reconnu de la nouvelle rigueur, fait état prudemment d'arguments qui ne sont pas entièrement convaincants: « In spite of the emphasis on detail there are parts of the argument (particularly when use is made of properties of neighboring points or of "general" elements) which are not entirely convincing ».
Bientôt, Derwidué (1949b) décrit une méthode de Résolution des singularités beaucoup plus courte. Elle tient en 6 pages. R.J. Walker réduit son rapport à une ligne et, se référant au précédent, ajoute: « The same criticism applies ». Le moins qu'on puisse dire est que R.J. Walker n'a jamais exprimé le moindre enthousiasme alors que le sujet est fameux et qu'il se déclare poliment non convaincu.

Derwidué (1951) reprend la question dans le prestigieux journal Mathematische Annalen en vue semble-t-il de convaincre les incrédules. Il implique van der Waerden dans la responsabilité de la publication en exprimant sa reconnaissance pour une série de discussions communes, durant un séjour à Laren, résidence d'été de van der Waerden en Hollande. Ces entretiens ont permis de scruter de manière critique chaque détail de la démonstration présentée. Dans son rapport publié dans Mathematical Reviews, Zariski ne manque pas de citer textuellement Derwidué: << ... une dizaine de discussions de deux heures chacune, suivies pour chacun de nous de deux ou trois jours de réflexion... >> et à propos du rôle de van der Waerden: << ... et il prit dès lors la peine de passer au crible de son esprit critique bien connu les douze pages du texte que je lui apportais, littéralement ligne par ligne >>. Dans son introduction, Derwidué déclare que son article livre une simplification décisive de la démonstration publiée en 1949, due principalement à sa récente découverte de "transformations élémentaires". Zariski explique que ces transformations sont de lui, dans un article de 1943 paru dans les Transactions of the American Mathematical Society. Il explique pourquoi ces transformations sont inopportunes.
Abordons le témoignage du grand algébriste Saunders Mac Lane (1909-2005) dans un article récent et posthume (Mac Lane 2007) qui relate l'important parcours de van der Waerden et son influence sur la nécessaire évolution de la Géométrie algébrique dans les années 1930 à 1950. Mac Lane évoque le moment où il a découvert l'article de Derwidué à la Widener Library d' Harvard. Il va trouver Zariski et lui dit : << Oscar, ils ont résolu votre problème de la résolution dans toutes les dimensions >>. Zariski écrit immédiatement à l'éditeur de Mathematical Reviews en demandant de pouvoir faire le rapport de l'article. Son "review" (MR, 1951, vol. 13, 67- 72) démolit la prétendue résolution par une analyse et des contre-exemples percutants. La longueur de cette analyse est inusitée dans Mathematical Reviews.
Un passage s'impose:
<< Before describing and discussing the author's reasoning, a few general remarks about the paper will be in order. Its language is "geometric". The geometric language, when it is not based on a carefully prepared algebraic basis, is never explicit or convincing in algebraic geometry. On

this ground alone the author's "proof" could be dismissed as incomplete, for in scientific work it is right to hold every author guilty until he proves himself innocent. However, out of consideration for the importance of the problem, and because of the author's implied belief that his work has not been duly evaluated, this reviewer has reversed his attitude and has read the paper on the assumption that it is the reader who is to be held guilty until he proves himself innocent ».
Mac Lane ajoute qu'il fallut l'expertise de Zariski concernant le problème de la Résolution afin de corriger l'erreur commise par van der Waerden en acceptant l'article de Derwidué. Le "review" de Zariski est un morceau d'anthologie en vue du traitement d'erreurs en mathématique dans le respect de leur auteur, de la rigueur et des faits.
Suivons encore Mac Lane:
« This is just one dramatic moment in the long and elaborate process in which algebraic geometry was gradually and totally transformed by the successful efforts of van der Waerden, Lefschetz, Walker, Zariski, Weil, Chevalley, Serre, Hironaka, Grothendieck, and many other mathematicians ».

43. LA PRÉSENTATION faite par FLORENT BUREAU (1906-1999)

Nous possédons deux documents intéressants non publiés dûs à Florent Bureau et consacrés à Lucien Godeaux. Dans sa lettre en une page (Bureau (1975)) adressée au Doyen de la Faculté des Sciences de l'Université de Liège au lendemain du décès de Lucien Godeaux, je retiens le passage suivant évoquant la rencontre initiale en 1926 alors que Florent Bureau était étudiant.
« Il y aura cinquante ans en janvier prochain que j'ai assisté à la première leçon de M. Godeaux qui venait d'être nommé professeur de géométrie à l'Université de Liège. Pendant cette longue période, j'ai eu avec lui d'innombrables conversations. Ce qui m'a le plus frappé chez lui, c'était d'abord une information minutieuse pour tout ce qui concernait sa science de prédilection et ensuite, l'extraordinaire habileté, qui tenait du génie, avec laquelle il échafaudait les combinaisons géométriques susceptibles d'éclairer les problèmes qu'il se posait ».
Le deuxième document est une remarquable note de présentation en 10 pages destinée au Prix Dr.A. De Leeuw-Damry-Bourlart. La date ne m'est

pas connue. Les références datées y vont jusqu'à 1964. Ce texte est repris ici, à présent.

<< Les nombreuses recherches de M. L. Godeaux se rapportent en ordre principal à la Géométrie et peuvent être classées sous trois rubriques: Géométrie projective, Géométrie algébrique et Géométrie projective différentielle. Nous allons dans ce qui suit en indiquer les principaux résultats.

Géométrie algébrique. M. L. Godeaux a été initié à la Géométrie sur une surface algébrique par F. Enriques lui-même. C'est en effet à l'invitation d'Enriques qu'il s'était rendu à Bologne après ses études universitaires à Liège.

A cette époque, Enriques venait d'écrire, en collaboration avec Severi, un remarquable mémoire sur les surfaces hyperelliptiques. Dans ce mémoire, couronné par l'Académie des Sciences de Paris, les surfaces hyperelliptiques étaient étudiées comme images d'involutions cycliques appartenant à une surface de Jacobi. La même question se posait lorsque la surface de Jacobi est remplacée par une surface dont la courbe canonique est d' ordre zéro. Mais, une surface de Jacobi représente les couples de points d'une courbe de genre deux et les involutions sur cette surface correspondent aux transformations birationnelles de cette courbe en soi. Rien de semblable n'existe pour les surfaces que se proposait d'étudier M. Godeaux. Précisément, il s'agissait de déterminer les involutions cycliques n'ayant qu'un nombre fini de points unis appartenant à une surface dont les courbes canoniques et pluricanoniques sont d'ordre zéro. La solution complète de ce problème a été publiée dans deux mémoires parus dans les Annales de l'Ecole Normale Supérieure de Paris en 1914 et 1919.

Monsieur Godeaux a ensuite étendu le problème à des surfaces privées de courbes canoniques mais ayant une courbe bicanonique d'ordre zéro (Bull. Soc. Math. France 1915).

Dans les cas étudiés jusque là, la nature de la surface image de l'involution exigeait que les points de diramation, points homologues des points unis, soient doubles. En généralisant encore la question, M. Godeaux a entrepris l'étude des involutions n'ayant qu'un nombre fini de points unis, appartenant à une surface quelconque et où la circonstance particulière que nous venons d'indiquer n'existe plus. Le cas où la surface représente les couples de points d'une courbe de genre trois a fait l'objet

d’un premier mémoire publié par l’Institut des Sciences de Barcelone (1917).
La méthode utilisée par M. Godeaux peut se résumer ainsi: Etant donnée une surface algébrique F contenant une involution cyclique I d’ordre p, n’ayant qau’un nombre fini de points unis, construire un modèle projectif normal de F sur lequel l’involution I est déterminée par une homographie cyclique H ayant p axes ponctuels, un seul de ces axes rencontrant la surface en des points qui sont les points unis, simples pour la surface. Les hyperplans unis de H qui ne passent pas par les points unis découpent sur la surface un système linéaire de courbes C. En rapportant projectivement ces courbes aux hyperplans d’un espace de dimension convenable, on obtient une surface F’ image de l’involution, en ce sens qu’à un point de F’ correspond sur F un groupe de I. Soient O un point uni et O’ le point de diramation correspondant sur F’. Il s’agit de considérer les courbes C qui ont des multiplicités croissantes en O et de déterminer les contacts qu’ont en O les différentes branches de ces courbes. l’étude de cette question difficile a été simplifiée par l’usage d’une notation ingénieuse.
Avant de résoudre dans toute sa généralité, le problème qu’il s’était posé, M. Godeaux a étudié de nombreux cas particuliers; une première étude, incomplète, sur la question générale, écrite au front pendant la première guerre mondiale, a été publiée en 1919 (Bull. Soc. Math. France).
Finalement, M. Godeaux a construit une méthode qui permet de résoudre la question dans chaque cas, c’est-à-dire, de déterminer la structure du point uni O et du point de diramation O’ correspondant. En particulier, il a établi qu’en O’, le cône tangent à F’ est formé au plus de quatre cônes rationnels. (Mém. 8° Acad. Roy. Belg. 1950).
Parmi les applications de la théorie précédente, nous citerons la construction de surfaces de diviseur de Severi quelconque (lorsque Severi a publié sa théorie, on connaissait seulement deux exemples de surfaces de diviseur deux) et l’étude des homographies cycliques non homologiques du plan (Mém. Soc. Sc. Liège, 1929, 1930).
M. Godeaux a également étudié les involutions régulières appartenant à une surface irrégulière. Il a par exemple construit une involution cyclique rationnelle n’ayant qu’un nombre fini de points unis et appartenant à une surface irrationnelle (Bull.Acad.Belg. 1921); il a établi l’existence d’une involution rationnelle sur la surface représentant les couples de points

d'une courbe irrationnelle (Atti Modena, 1956; conférences à Rome et à Modène); enfin, il a étudié certaines correspondances entre des surfaces irrégulières (Colloque de Turin, 1961).
A l'invitation de M. B. Segre, M. Godeaux a résumé l'essentiel de ses recherches dans un ouvrage publié par le Consiglio Nazionale della Ricerche (Rome 1963).
Les recherches de M. Godeaux en Géométrie algébrique ne se sont pas limitées à l'étude des involutions cycliques appartenant à une surface algébrique. C'est ainsi qu'il s'est occupé avec succès du problème de déterminer les surfaces F non rationnelles, de genres $p_g=p_a=0$. Quelques exemples de telles surfaces ont d'abord été donnés (dans l'ordre chronologique) par MM. Godeaux, Campedelli et Burniat. Puis, M. Godeaux a considéré le cas général en utilisant une méthode, d'ailleurs d'application difficile, et dans laquelle les surfaces F cherchées étaient obtenues comme images d'involutions privées de points unis. Il a ensuite établi qu'il existait sur une surface F, au moins une courbe se décomposant de deux manières, en deux autres courbes. Ce résultat lui a permis de montrer que si la surface F possède un système bicanonique irréductible, au moins doublement infini, elle est l'image d'une involution d'ordre deux, privée de points unis, appartenant à une surface possédant une seule courbe canonique; il a fourni des exemples de ces surfaces.
Il a établi récemment, par un procédé purement géométrique, qu'une surface ayant un diviseur de Severi p, est l'image d'une involution d'ordre p, non nécessairement cyclique.
Dans ses travaux sur les intégrales attachées à une surface algébrique, Picard avait établi, par une voie détournée, que le système adjoint à un système de courbes, est régulier. Severi a donné une démonstration géométrique de ce résultat en faisant intervenir des systèmes continus de courbes. M. Godeaux a réussi à en donner une démonstration géométrique ne faisant intervenir que des systèmes linéaires de courbes (Cours fait à Paris en 1947-1948 et Rend. Aca. Lincei, 1955).
Enfin, M. Godeaux a cherché à étendre la théorie des involutions cycliques aux variétés algébriques à trois (et plus) dimensions. Il a construit des variétés ayant des propriétés intéressantes et démontré par exemple que si une variété à trois dimensions est rationnelle, son pentagenre est nécessairement nul. Ces études préliminaires seront certainement très utiles dans l'établissement d'une théorie des variétés

algébriques à trois dimensions, théorie qui en est encore à un stade pour ainsi dire expérimental.

<u>Géométrie projective.</u>

C'est à la Géométrie projective que se rapportent les premières recherches de M. Godeaux. Sa première note a été publiée dans les Bulletins de l'Académie royale de Belgique en 1907. Elle concernait divers systèmes de droites notamment la détermination du lieu des droites appartenant aux surfaces cubiques d'un système linéaire triplement infini par une méthode qu'il a par la suite, utilisée plusieurs fois.

M. Godeaux a ensuite étudié les congruences linéaires de cubiques gauches. Cette question, introduite en Belgique par Stuyvaert, a conduit M. Godeaux à l'étude des transformations birationnelles et à la propriété des congruences de cubiques gauches de se transformer en une gerbe de rayons par une transformation birationnelle. Il a reconnu plus tard que cette propriété se déduisait d'un théorème d' Enriques et en a donné une démonstration élémentaire (Bull. Acad. Cracovie, 1921). Il a aussi déterminé à l'aide d'une transformation birationnelle les congruences linéaires de cubiques gauches s'appuyant en huit points sur une sextique de genre trois.

En général, une congruence linéaire de coniques ne peut pas se ramener à une gerbe de rayons par une transformations birationnelle. Par une méthode empruntée à la géométrie algébrique, Montesano a déterminé celles de ces congruences qui peuvent se ramener à une gerbe de rayons par une transformation birationnelle. M. Godeaux a cherché à les obtenir par une méthode élémentaire qu'il a utilisée pour les congruences ayant une ou deux lignes singulières (Mém. Soc. Sc. Liège; 1911). Cette méthode peut aussi être employée pour des congruences quelconques. Elle a été utilisée par M. Godeaux, pour déterminer le nombre de points focaux d'une congruence de courbes d'ordre quelconque.

M. Godeaux a fait l'étude d'une classe particulière de transformations birationnelles: les transformations de Jonquière obtenues en considérant les transformations birationnelles entre deux congruences linéaires de droites et deux faisceaux projectifs de rayons. Ses résultats ont été développés dans un mémoire écrit en 1910 et couronné par l'Académie royale de Belgique en 1921 (Mém. 8° Acad. R. Belg. 1922).

On sait qu'une transformation birationnelle de l'espace est déterminée par un système linéaire de surfaces, tel que trois surfaces du système

n'appartenant pas à un même faisceau, ont en commun un seul point variable, le système ayant la dimension trois. Monsieur Godeaux a étudié les cas où ces surfaces satisfont à des conditions de contact (ce qui n'a pas lieu en général).
Enfin, M. Godeaux a donné (1940), une représentation hyperspatiale des transformations birationnelles sur une surface ou une variété à trois dimensions; cette représentation lui a permis de trouver facilement les formules régissant ces transformations (Mém. 8° Acad. royale Belg., 1949). Ces résultats ont fait l'objet de conférences à Rome, Bologne, Bordeaux, Cambridge (U.S.A.) et Bari >>.
A cet endroit, je prends la liberté d'écourter respectueusement le texte de Florent Bureau qui comporte encore une page et demie consacrée à la Géométrie projective différentielle et à des Divers. Les faits rapportés sont très proches de ceux qui figurent dans l'Autoportrait (Section 43) et dans d'autres Sections, sans éclairage nouveau.

44. AUTOPORTRAIT de LUCIEN GODEAUX

Nous disposons d'une Notice sur ses travaux rédigée de manière fort opportune par Lucien Godeaux en personne. Elle fut publiée dans [JPG]. Elle a été un guide permanent dans mon travail. Elle est reproduite ci-dessous.

Notice sur mes travaux. A remettre au membre de l'académie chargé d'écrire ma notice dans l'annuaire

Premières recherches.

En 1905, notre Professeur de Mathématiques, Modeste Soons, nous fit cadeau du volume de la Société des Sciences de Liège contenant le mémoire de Jacques Deruyts sur les formes algébriques et celui de François Deruyts sur l'homographie unicursale. Le second de ces mémoires nous permit de nous familiariser avec la géométrie algébrique hyperspatiale et le premier nous fit connaître la notation symbolique des formes géométriques. De plus, Soons nous autorisa à consulter sa collection de Mathesis. Enfin, la Bibliothèque de la ville d'Ath nous permit de compulser les Bulletins de l'Académie.

Nos premières recherches portèrent naturellement sur la géométrie du triangle et du tétraèdre. Nous réussimes à mettre en équations le problème de Malfatti dans le tétraèdre mais sans parvenir à le résoudre en dehors du tétraèdre régulier. Ce fut l'objet d'une publication de Neuberg dans Mathesis.
Neuberg avait étudié dans Mathesis sous le nom de complexe de Grassmann le lieu des droites coupant trois couples de plans en trois couples de points d'une même involution. Nous avons généralisé ce complexe en considérant le lieu des droites coupant les faces de quatre trièdres en des groupes de trois points appartenant à une même involution de troisième ordre. Ce fut notre première publication de Géométrie réglée. En réalité le complexe considéré par Neuberg est un cas particulier du complexe des droites des génératrices rectilignes des quadriques d'un réseau. Nous avons considéré plus tard le complexe lieu des droites appartenant aux surfaces d'ordre n d'un système linéaire de dimension n+1 et la congruence formée par les droites appartenant à une simple infinité de surfaces d'ordre n d'un système linéaire de dimension n +2. Avant de faire cette extension, nous avions considéré une généralisation du théorème de Grassmann. Considérons dans un espace S_r à r dimensions $(n+1)^k$ groupes ordonnés de k espaces linéaires à n-1 dimensions. Nous fixions l'attention sur le lieu des espaces à n-1 dimensions qui coupent les $(n+1)^k$ groupes d'espaces donnés en des groupes de k points liés par une même relation ponctuelle. Nous n'avons d'ailleurs guère obtenu de résultats sur cette figure, la complication des équations étant trop grande. Remarquons cependant que cette équation introduit des expressions algébriques à plusieurs séries de variables invariantes pour des substitutions linéaires qui n'ont jamais été étudiées à ma connaissance.
Les procédés de génération de la surface cubique dus à Le Paige et F. Deruyts avaient retenu notre attention et nous avons cherché des générations analogues.
L'étude des travaux de Stuyvaert allait nous conduire à élargir le champ de nos recherches.

Les congruences linéaires de courbes et les transformations birationnelles.

Stuyvaert avait étudié les congruences linéaires de cubiques gauches représentées par des matrices de formes linéaires et considéré plus généralement les figures géométriques représentées par des matrices de formes algébriques. Nous avons étudié ces questions avec passion et nous devons rendre hommage à Stuyvaert qui, pendant que nous étions étudiant à Liège, ne nous a pas ménagé ses conseils.
L'étude des travaux de Stuyvaert nous a rapidement conduit à celle des transformations birationnelles. Malgré leur importance, il n'était pas question de ces transformations dans les cours de Géométrie supérieure de nos Universités et il nous a semblé qu'elles étaient même ignorées de certains professeurs.
Nous avons eu rapidement l'intuition qu'une congruence linéaire de cubiques gauches pouvait toujours par une transformation birationnelle, être ramenée à une gerbe de rayons ou, ce qui est évident, à une congruence linéaire de droites. C'est par ce procédé que nous avons obtenu de nouvelles congruences linéaires de cubiques gauches. Nous avons su plus tard que notre intuition correspondait à la réalité en vertu d'un théorème d' Enriques sur les congruences linéaires de courbes rationnelles d'ordre impair appartenant à une variété algébrique à trois dimensions.
Un procédé élémentaire nous a permis de déterminer les congruences linéaires de coniques possédant une ou deux lignes singulières. Nous retrouvions des congruences rencontrées par Montesano, qui avait déterminé toutes les congruences linéaires de coniques en utilisant les systèmes de surfaces à courbes sections rationnelles ou elliptiques.
Dans un mémoire écrit en 1910, nous avons étudié les transformations birationnelles de Jonquières de l'espace. Ces transformations sont définies de la manière suivante: on considère deux congruences linéaires de droites G, G' liées par une correspondance birationnelle et deux faisceaux de plans (a), (a') homographiques. Deux points P, P' sont homologues, si les droites de G, G' passant par ces points, se correspondent et si les plans des faisceaux (a), (a') passant par P, P' sont homologues. Nous avions dû construire la théorie des correspondances birationnelles entre deux congruences de droites. Le mémoire fut présenté pour le prix François Deruyts à l'Académie en 1910, mais il ne fut pas examiné. Lorsque, en 1921, l'Académie mit au concours une question sur les transformations birationnelles, une copie du mémoire fut

envoyée et couronnée. Chemin faisant, nous avions déterminé de nombreuses congruences linéaires de cubiques gauches.
Nous sommes fréquemment revenu sur la théorie des correspondances birationnelles considérant celles où les systèmes homaloïdaux présentent des conditions de contact. Nous avons aussi cherché à construire une théorie des transformations birationnelles involutives de l'espace, sans parvenir à des résultats définitifs.
Notre dernier travail sur ces questions concerne une représentation hyperspatiale des transformations du plan et de l'espace, qui permet de retrouver rapidement les formules de la théorie générale.
A la demande de M. Villat, nous avons rédigé pour le Mémorial des Sciences mathématiques les fascicules traitant des transformations birationnelles du plan et de l'espace. Le premier de ces fascicules a eu une seconde édition,

Géométrie algébrique.

L'étude des transformations birationnelles nous avait conduit à consulter de nombreux périodiques italiens et cela nous avait permis de rencontrer de nombreux travaux de Géométrie sur une courbe ou sur une surface algébrique. Un mémoire d'Enriques, où les fondements de la Géométrie sur une surface algébrique étaient repris sous une forme nouvelle, paru dans les Atti de Turin, nous avait enthousiasmé. Nous rencontrâmes dans cette étude certaines difficultés et personne en Belgique ne pouvait nous aider. C'est alors que nous fûmes mis en relation avec Enriques d'une manière inattendue . Comme nous parlions un jour de ces questions avec un camarade, Maurice Sluys, qui devait plus tard se faire un nom comme géologue, il nous dit qu'il avait un frère qui faisait ses études de médecine à l' Université de Bologne, comme pensionnaire de la Fondation Jacob, et qu'il lui écrirait. Le futur Docteur Sluys alla dire à Enriques qu'un jeune étudiant belge s'intéressait à ses théories. Enriques nous envoya fort aimablement quelques mémoires et nous écrivit que si nous voulions apprendre la théorie des surfaces algébriques, le mieux était de nous rendre en Italie car il n'existait aucun ouvrage didactique sur ces questions. C'est ainsi que nos études finies en Belgique, nous nous rendîmes à Bologne pour étudier sous la direction d' Enriques, en 1912.
La méthode d'enseignement d' Enriques était péripatétique. Le matin, Chisini, alors assistant d'Enriques, et nous allions chercher le Maître à la sortie de son cours, ou chez lui et alors commençaient les longues

promenades sous les portiques de Bologne ou parfois à San Michele in Bosco, d'où l'on avait une vue superbe sur la ville. Nous indiquions à Enriques ce que nous avions fait la veille et sollicitions ses conseils sur les questions qui nous avaient éventuellement arrêtés.
Dans un mémoire couronné par l'Académie des Sciences de Paris, publié en 1909, Enriques et Severi avaient déterminé les surfaces représentant les involutions n'ayant qu'un nombre fini de points unis, appartenant à une surface de Jacobi. Enriques nous proposa d'étudier la question analogue lorsque la surface contenant l'involution était une surface régulière possédant une courbe canonique d'ordre zéro ($p_a=P_4=1$). Cette étude terminée, nous nous attaquâmes à la question analogue lorsque la surface support de l'involution est dépourvue de courbe canonique mais possède une courbe bicanonique d'ordre zéro. Chaque fois, il s'agissait d'involutions cycliques ou composées au moyen d'involutions cycliques.
Nous devons faire ici une remarque. Un raisonnement d' Enriques et de Severi tendait à établir qu'une involution d'ordre premier n'ayant qu'un nombre fini de points unis était cyclique lorsqu'elle appartenait à une surface de Picard ($p_a=-1$, $p_g=P_4=1$) ou en particulier à une surface de Jacobi. Nous avions en 1914 étendu ce raisonnement au cas où la surface support de l'involution est quelconque, mais nous avons trouvé plus tard un exemple où la propriété ne se vérifie pas. Sur une courbe C, il peut exister une involution privée de points unis, non cyclique. Sur la surface F qui représente les couples de points de la courbe C et d'une courbe C' existe alors une involution propre privée de points unis, non cyclique. Mais il est bien difficile de voir où le raisonnement d' Enriques-Severi est en défaut.
Nous fûmes conduit à étudier les involutions cycliques appartenant à une surface algébrique quelconque et n'ayant qu'un nombre fini de points unis. Une première étude nous permit de construire des surfaces de diviseur quelconque. Lorsque Severi créa en 1908 la théorie de la division sur une surface algébrique, une seule surface de diviseur supérieur à l'unité, et précisément égal à 2, était connue; c'est la surface d'Enriques, du sixième ordre, passant doublement par les arêtes d'un tétraèdre. Enriques avait établi plus tard que cette surface est l'image d'une involution du second ordre, privée de points unis, appartenant à une surface régulière à courbe canonique d'ordre zéro.

La généralisation était aisée. Il est facile de construire une surface algébrique contenant une involution cyclique d'ordre p privée de points unis. La surface image de cette involution a le diviseur p (mais rien n'indique qu'une surface de diviseur p peut être obtenue par ce procédé). Dans les études d' Enriques et de Severi et dans les nôtres sur les involutions, un système linéaire de courbes de genre p tracé sur la surface image a le degré $2p^{-2}$ et les points singuliers sont au plus doubles. les choses sont différentes lorsqu'il s'agit de surfaces algébriques quelconques.
Nous avons conduit nos recherches de la manière suivante. Si F est une surface contenant une involution cyclique I, d'ordre premier p, ne possédant qu'un nombre fini de points unis, nous commençons par construire un modèle projectif de la surface F sur lequel l'involution est engendrée par une homographie cyclique de l'espace, possédant p axes ponctuels, les points unis étant situés sur un seul de ces axes. On en déduit une surface F' image de l'involution sur laquelle aux points unis correspondent des points de diramation. On voit facilement, et M. Segre l'a d'ailleurs établi plus tard, que la structure des points de diramation ne dépend pas des caractères invariants de la surface et il suffit donc de considérer le cas où les surfaces F et F' sont rationnelles et H 1H 2 est une homographie cyclique.
Après bien des recherches nous avons pu établir qu'en un point de diramation le cône tangent à la surface F' se décompose en quatre cônes au plus.
La théorie des involutions cycliques nous a permis d'établir l'existence de nombreux modèles de surfaces: des surfaces dont le système canonique contient des composantes fixes non rationnelles, des surfaces régulières appartenant à des surfaces irrégulières.
Voici quelques années, sur l'invitation de M. Segre, nous avons publié un exposé complet de nos recherches sur les involutions et sur leurs applications. Nous avons aussi abordé, à la fin de ce volume et dans quelques notes, la théorie analogue concernant les involutions appartenant à une variété à trois dimensions. Nous avons obtenu quelques propriétés notamment sur les variétés sur lesquelles le procédé d'adjonction est périodique.
Nous avons aussi établi qu'une condition nécessaire pour qu'une variété soit rationnelle est que son pentagenre soit nul.

Une question sur laquelle Enriques avait appelé notre attention est celle de la détermination des surfaces de genres arithmétique et géométrique nuls, non rationnelles. Pendant longtemps, deux seuls exemples étaient connus: la surface d'Enriques, du sixième ordre passant doublement par les arêtes d'un tétraèdre, et une surface construite par Castelnuovo contenant un faisceau de courbes bicanoniques elliptiques. Ces surfaces avaient été trouvées lorsque Castelnuovo recherchait les conditions de rationnalité d'une surface en 1894. Depuis quelques exemples avaient été construits notamment par Campedelli et par nous. Le procédé auquel nous avons fait allusion plus haut pour la construction de surfaces de diviseur quelconque nous a tout d'abord servi. Si, sur une surface algébrique de genre arithmétique p_a , on a une involution d'ordre p_a+1 privée de points unis, la surface image est de la catégorie cherchée. Mais l'application de ce théorème supposait la construction préalable de surfaces dont le système canonique est celui de ses sections hyperplanes.
Nous avons réussi à déterminer les surfaces en question sous l'hypothèse que le système bicanonique est irréductible. Dans ce cas, il existe sur la surface une courbe C isolée, dont le double détermine le système bicanonique, sans qu'elle soit elle-même une courbe canonique. Le système adjoint à la courbe C est distinct du système bicanonique, mais possède les mêmes caractères. La surface est l'image d'une involution du second ordre, privée de points unis, appartenant à une surface possédant une seule courbe canonique (correspondant à la courbe C).
En dehors de ces théories, nous avons peu de recherches à notre actif. Mentionnons celle-ci. Picard avait établi, par une voie détournée comme il le dit lui-même, que le système adjoint à un système de courbes sur une surface algébrique était régulier. Severi avait donné de ce théorème une démonstration géométrique, mais en faisant intervenir des systèmes continus non linéaires de courbes. Nous avons réussi à donner une démonstration géométrique du théorème de Picard en ne faisant intervenir que des systèmes linéaires.
Une question dont nous nous sommes également occupé est la détermination de surfaces irrégulières. Un premier procédé consiste dans la détermination de la surface image d'une involution appartenant à la surface représentant les couples de points non ordonnés d'une courbe contenant une involution cyclique. Soit C une courbe contenant une involution cyclique I et soit F la surface qui représente les couples de

points de la courbe C. La surface F contient une involution cyclique ne possédant qu'un nombre fini de points unis. La surface F' qui représente cette involution a l'irrégularité égale au genre de l'involution I. Observons que si cette involution est rationnelle, on a un exemple d'une surface irrégulière F contenant une involution régulière. Dans certains cas, cette involution peut même être rationnelle.
Si l'on part de l'équation d'une quadrique tangente aux arêtes d'un tétraèdre et si l'on remplace les coordonnées courantes par leurs carrés, on obtient l'équation d'une surface desmique, appartenant à un faisceau contenant trois surfaces dégénérées en quatre plans. Si l'on remplace les coordonnées courantes par leurs puissances d'ordre 2n, on obtient, pour n supérieur à 1, des surfaces irrégulières d'ordre 4n, appartenant à un faisceau contenant une surface dégénérée en quatre plans comptés chaque fois n fois et deux surfaces dégénérées en quatre surfaces d'ordre n. Pour n=2, la surface a l'irrégularité 2 et pour n=3, l'irrégularité 6.

Géométrie projective différentielle.

Nous ne nous étions jamais occupé de Géométrie infinitésimale avant de partir pour le Congrès de Toronto en 1924. En partant du Havre, sur le Suffren, nous étions déjà quarante congressistes parmi lesquels Fubini, qui venait de créer, quelques années plus tôt, la Géométrie algébrique différentielle. Nous eûmes de nombreuses conversations. A Toronto, nous rencontrâmes Tzitzeica, qui venait de publier son ouvrage sur la Géométrie des réseaux considérés dans un hyperespace. La lecture d'un mémoire de Bompiani nous conduisit à nous occuper de ces questions.
Etant donné une surface (x) rapportée à ses asymptotiques u,v, désignons par U,V les points de l'hyperquadrique de Klein Q représentant les tangentes aux asymptotiques u,v en un point x. Par un théorème obtenu à la même époque par Tzitzeica et Bompiani, les points U,V se correspondent dans une suite de Laplace L. Désignons par U^1, U^2, ..., U^n, ... les transformés successifs de Laplace de U dans le sens des v et par V^1,V^2, ...V^n,... ceux de V dans le sens des u. La suite L est autopolaire par rapport à Q. Les plans $U^nU^{n+1}U^{n+2}$ et $V^nV^{n+1}V^{n+2}$ sont conjugués par rapport à Q et les sections de cette hyperquadrique par ces plans représentent les génératrices rectilignes des deux modes d'une

quadrique F_i^n. On attache ainsi à chaque point x de la surface (x) une suite de quadriques F_i, F_i^1, ..., F_i^n... dont la première est la quadrique de Lie. Deux quadriques consécutives de la suite se touchent en quatre points qui sont caractéristiques pour les deux quadriques.
Ces considérations nous ont permis d'étudier d'une manière plus approfondie que Demoulin les surfaces dont les quadriques de Lie n'ont que deux points caractéristiques, la suite L ayant alors la période six. Nous avons aussi considéré les surfaces dont les quadriques de Lie se touchent en quatre points, ce qui correspond à une suite L ayant la période huit. Le cas où la suite L est périodique et a nécessairement la période 2n a résisté à nos efforts pour n supérieur à 4.
Bompiani avait montré que si la suite L s'arrête en un point U_n en présentant le cas de Laplace, elle s'arrête au point V_{n+2} en présentant le cas de Goursat. Si n=0, la surface (x) est une réglée, si n=1, les asymptotiques u de la surface (x) appartiennent à des complexes linéaires. Si n=2, les réglées engendrées par les tangentes aux courbes u le long d'une courbe v appartiennent à des complexes linéaires. La détermination des surfaces présentant ces particularités se fait alors assez facilement. On peut aussi considérer le cas où la suite L s'arrête aux points U^1 et V^1 ou U^2 et V^2, en présentant chaque fois le cas de Laplace. On obtient ainsi les surfaces dont les asymptotiques des deux modes appartiennent à des complexes linéaires.
Darboux a établi que les coordonnées de droites d'une congruence W satisfont à une équation de Laplace. Précisément, une congruence W ayant la surface (x) comme nappe focale donne une surface (J) lieu d'un point appartenant à la droite UV. Nous avons montré que l'ensemble de la suite L et de la surface (J) pouvait s'obtenir comme projection d'une suite de Laplace appartenant à un espace à six dimensions. Cela nous a permis de pousser très loin l'étude des congruences W.
D'une manière générale, nous avons pu obtenir de nombreuses propriétés des figures étudiées par des raisonnements purement géométriques.

Enseignement

Nous n'avons débuté dans l'enseignement qu'assez tard, à cause de la guerre 1914-1918. Ce n'est qu'en novembre 1920 que nous avons été nommé professeur d'Analyse mathématique à la section d'Artillerie et du

Génie de l'Ecole militaire, après avoir fait les fonctions de répétiteur pendant un an.
Nous avions à enseigner les mathématiques formant le programme des candidatures ingénieur des Universités: Algèbre, Calcul différentiel et intégral, Géométrie analytique. Le cours était partagé en six parties à la fin de chacune desquelles avait lieu un examen. La seule innovation que nous avons introduite est de consacrer une partie au calcul différentiel et aux séries, une seconde au calcul intégral, nous limitant à la théorie. Deux autres parties successives étaient consacrées aux applications de l'Algèbre et de l'Analyse, les deux cours se faisant simultanément. Une partie était naturellement consacrée à l'Algèbre. La dernière partie était consacrée aux équations différentielles et au calcul des variations et se faisait en seconde année.
C'est en 1926 que nous avons commencé notre enseignement à l'Université de Liège. Nous avions au début à faire les cours de Géométrie analytique, de Géométrie projective et de Géométrie supérieure.
Le cours de Géométrie analytique s'adressait aux futurs ingénieurs et aux futurs professeurs de mathématique et de physique. Nous avons introduit quelques modifications, notamment dans la théorie des sections circulaires des quadriques. Nous avons de plus introduit la théorie des coordonnées projectives homogènes et comme applications la théorie de la cubique gauche et les coordonnées pluckériennes de la droite.
Nous avons fait le cours de Géométrie projective d'une manière purement géométrique, sans introduire la notion de mesure, en suivant la méthode de F. Enriques. Nous estimions que pour les futurs professeurs de géométrie élémentaire, c'était un excellent exercice. Nous montrions toutefois, dans des parties qui auraient pu être supprimées sans nuire à l'ordonnance du cours, la liaison avec la géométrie métrique. Cela nous permettait d'insister sur la notion de groupe en Géométrie. Notre cours a été livré à l'impression en 1933, nous avons appris incidemment qu'il avait été utilisé dans plusieurs pays étrangers.
Le cours de Géométrie supérieure a été complètement modifié. Nous ne pouvions espérer, faute de temps, faire un cours sur la théorie des surfaces algébriques, mais nous avons voulu conduire nos élèves jusqu'au seuil de cette théorie.
Le cours de Géométrie supérieure se donnait aux étudiants préparant une thèse en Géométrie. Il en résultait que l'on pouvait enseigner dans nos

athénées la Géométrie analytique sans savoir ce que c'était qu'une cubique plane. Nous avons proposé de faire une première partie de notre cours s'adressant à tous les étudiants en mathématiques. Nous avons obtenu gain de cause non seulement à Liège, mais aussi dans les autres Universités belges. Dans cette première partie du cours, nous exposions la théorie des courbes et des surfaces algébriques dans le cadre projectif.
La seconde partie du cours avait pour base la théorie des transformations birationnelles qui n'avait croyons-nous jamais été enseignée en Belgique. Parfois, nous avons exposé la Géométrie sur une courbe algébrique et une seule fois, la Géométrie sur une surface algébrique. Parfois aussi, nous avons exposé les premiers éléments de nos recherches en Géométrie projective différentielle.
Nous avons, en 1933, été chargé de faire le cours de Géométrie infinitésimale, créé par la Loi Nolf. Nous nous sommes naturellement inspiré des recherches de Bianchi et de Darboux, ainsi que d'un cours fait par Vessiot. Nous avons introduit quelques éléments de Géométrie projective différentielle et un exposé élémentaire de la Géométrie cayleyenne.
Nous avons plus tard repris le cours d'Analyse infinitésimale à la mort de L. Fouarge et abandonné les cours de Géométrie analytique, projective et infinitésimale à M. Rozet.
Comme professeur d'échange, nous avons fait un cycle de conférences à l' Université de Nancy sur la Géométrie cayleyenne (1929), un cours sur la Géométrie sur une courbe et sur une surface algébrique à la Sorbonne (novembre 1947 à février 1948) et un cours sur les transformations birationnelles à l' Université de Prague (mai 1948).

45. SOURCES sur LUCIEN GODEAUX

BUREAU Florent (Vers 1965) Note de présentation de Lucien Godeaux au Prix Dr. A. De Leeuw-Damry-Bourlart. 10 pages dactylographiées.
BUREAU Florent (1975) Lettre à A. Pirard, doyen de la faculté des Sciences de l'Université de Liège.
CINQUINI Silvio (1975) Lucien Godeaux. Rendiconti Istituto Lombardi di Scienze e Lettera 109, 169-172.

DE DONDER T., BALLIEU R. (1950). Rapport du Jury chargé de décerner le Prix décennal de mathématiques pures (5è période 1934-1943). Moniteur belge du 13 mai 1950.
DERWIDUÉ Léon (1967) Lettre d'hommage à Monsieur le Professeur Lucien Godeaux. Président honoraire du Centre Belge de Recherches Mathématiques. 8 pages. [Ce document accompagne probablement un hommage à Lucien Godeaux organisé à la Faculté Polytechnique de Mons].
DUBUISSON M. (1967). Lucien Godeaux. Annuaire du Corps Enseignant et du Personnel Scientifique de l'Université de Liège. Editions de l'Université. 285-291.
GAZETTE des MATHÉMATICIENS (1975) Lucien Godeaux, 4, 169-171.
GODEAUX Jean, GODEAUX Paul (1995) Lucien Godeaux (1887-1975). Sa vie, son oeuvre. Bull. Soc.R.Sci. Liège 64, n°1, 3-77.
JONGMANS François (1997). Godeaux Lucien. Nouvelle biographie Nationale 4. Académie Royale de Belgique. 188-191.
LAPORTE Françoise (2007) Les cours clandestins de l'ULB 1941-1944. Tilia (Revue de l'espace mémoire de Watermael-Boitsfort), n°6, 8-13.
MAWHIN Jean. (2001 a) Les mathématiques. In Histoire des sciences en Belgique 1815-2000 (éditeur R. Halleux e.a.). Renaissance du Livre. Bruxelles. Vol 1. 99-116.
MAWHIN Jean. (2001 b) Les mathématiques. In Histoire des sciences en Belgique 1815-2000 (éditeur R. Halleux e.a.). Renaissance du Livre. Bruxelles. Vol 2. 71-84.
MAWHIN Jean (2004) Cinquante ans de mathématiques en Belgique: un survol. Mathématique et Pédagogie n°145, 3-22.
MAWHIN Jean. (2005) Les histoires belges de Jacques-Louis Lions, Acad. Roy. Belg. Bull. Cl. Sciences, 7-12, 219-226.
PENKOV B. (1978). Lucien Godeaux Fiz.-Mat. Spis.Bulgar.Akad.Nauk 21 (54) 234-235.
SEGRE Beniamino. (1975) Lucien Godeaux, Boll.U.M.I., Vol. XI, N.3, 639-644.

46. AUTRES SOURCES

BARLOW Rebecca (1985) A simply connected surface of general type with p_g=0. Invent. Math. 79, 293-301.

BARTH Wolf, HULEK Klaus, PETERS Chris, VAN de VEN Antonius (1984) Compact Complex Surfaces, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Springer, Berlin (2è édition augmentée en 2004).
BARTHOLOMÉ Léon, Auguste Godeaux, Bibliographie Nationale, XXXIII, 1965-66, 369-375.
BAUER Ingrid, CATANESE Fabrizio, PIGNATELLI Roberto (2006) Complex surfaces of general type: some recent progress. In " Global methods in complex geometry" Springer, Berlin. 1-58.
BERGER Marcel (2005) Cinq siècles de mathématiques en France. Association pour la diffusion de la pensée française.
BERZOLARI L. (1933) Algebraische Transformationen und Korrespondenzen, Enzyclopädie der mathematischen Wissenschaften, dritter Band: Geometrie, 2.2. B, Teubner, Leipzig, 1229-1436.
BOMBIERI Enrico (1973) Canonical models of surfaces of general type, Public. Math. IHES, 42, 171-219.
BOTTAZZINI E., CONTE A., GARIO P. (1996) Riposte armonie. Lettere di Federigo Enriques a Guido Castelnuovo, Bollati Boringhieri.
BRIGAGLIA Aldo, CILIBERTO Ciro (1993) La Geometria algebrica italiana tra le due guerre mondiali, Università di Roma Tor Vergata, 192 pages.
BRUFFAERTS Xavier (1994) Paul Libois-Brouillon projet d'une biographie. Mémoire de licence. Université libre de Bruxelles. 119 pages.
BUEKENHOUT Francis, DOIGNON Jean-Paul (1979), Géométrie projective, Université libre de Bruxelles, 246 pages.
BURNIAT Pol (1936a) Note sur quelques surfaces canoniques et sur des surfaces de genre un, Bull. Acad. Roy. Belg. Classe des Sciences 22
BURNIAT Pol (1936b) Note sur quelques surfaces canoniques, Bull. Acad. Roy. Belg. Classe des Sciences, 22 pages
BURNIAT Pol (1937) Sur des hypersurfaces et variétés canoniques, Bull. Acad. Roy. Belg. Classe des Sciences 23
BURNIAT Pol (1965a) Note sur un modèle de surface paraelliptique, Bull. Acad. Roy. Belg. Classe des Sciences, 51, 152-155.
BURNIAT Pol (1965b) Sur la classification des surfaces algébriques, Bull. Acad. Roy. Belg. Classe des Sciences, 51, 434-440.
BURNIAT Pol (1966) Sur les surfaces de genre $P_{12}>0$, Ann. Mat. Pura Appl. 71, 1-24.

CALABRI Alberto, CILIBERTO Ciro, MENDES LOPES Margarida (2006) Numerical Godeaux surfaces with an involution, Trans. Amer. Math. Soc. 359, 1605-1632.
CAMPEDELLI Luigi (1932) Sui piani doppi con curva di diramazione del decimi ordine. Rend. Accad. Lincei, serie VI, 15, 358-362.
CARTAN Elie. (1946) Quelques remarques sur les 28 bitangentes d'une quartique plane et les 27 droites d'une surface cubique. Bulletin des Sciences Mathématiques. Volume LXX. 1353-1355.
CASTELNUOVO Guido, ENRIQUES Federigo (1914) Die algebraische Flächen vom Gesichtspunkte der birationalen Transformationen aus. Enzycl. der math. Wissensch. III, 2, 6-6b, 674-768.
CATANESE Fabrizio, PIGNATELLI Roberto (2000) On simply connected Godeaux surfaces, Complex analysis and algebraic geometry, 117-153, de Gruyter, Berlin.
CATANESE Fabrizio (2004) From Abel's heritage: transcendental objects in algebraic geometry and their algebraization. In " The legacy of Niels Henrik Abel, Springer, Berlin, 349-394.
CHENKUO (1947) A new definition of the Godeaux sequence of quadrics, 69, 117-120.
CURBERA Guillermo (2007) The ICM through History, EMS Newsletter, March 2007, 16-21. §18
DERWIDUÉ Léon (1948) Essai sur le problème général de la réduction des singularités d'une variété algébrique I, II , Bull. Acad. Roy. Belg. Cl. Sci. 34, 399-412 et 432-444.
DERWIDUÉ Léon (1949a) Le problème général de la réduction des singularités d'une variété algébrique, Mém. Soc. Roy. Sci. Liège 9, 139 pages.
DERWIDUÉ Léon, (1949b) Méthode simplifiée de réduction des singularités d'une variété algébrique, Bull. Acad. Roy. Belg. Cl. Sci. 35, 880-885.
DERWIDUÉ Léon (1951) Le problème de la réduction des singularités d'une variété algébrique, Mathematische Annalen, 123, 302-330.
DIEUDONNÉ Jean. (1974) Cours de géométrie algébrique. Deux volumes. Presses Universitaires de France.
DIEUDONNÉ Jean (1979) Panorama des mathématiques pures-Le choix bourbachique, Gauthier-Villars, Paris (Réédité par Jacques Gabay en 2003).

DOLGACHEV Igor, WERNER Caryn (1999) A simply connected numerical Godeaux surface with ample canonical class, Jour. Algebraic Geom. 8, n °4, 737-764.
ENRIQUES Federigo (1934). Sulla classificazione delle superficie algebriche particolarmente di genere zero. Roma, Tipografia del Senato.
ENRIQUES Federigo (1949) Le superficie algebriche. Zanichelli, Bologna.
ENRIQUES Federigo (1956) Memorie Scelte di Geometria, pubblicate a cura dell'Accademia Nazionale dei Lincei, Volume primo 1893-1898, Volume secondo 1899-1910, Volume terzo 1911-1940, Nicola Zanichelli Editore, Bologna.
GIACARDI Livia (2007) Guido Castelnuovo, In Fulvia Furinghetti et Livia Giacardi, History of ICMI, The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Livre en préparation. Preprint disponible sur Internet, 5 pages.
GRAY J.J. (1989) Algebraic Geometry in the late Nineteenth Century . In David E. Rowe, John McCleary (Editeurs) The History of Modern Mathematics, Volume 1, Academ:ic Press, 361-385.
GROSSMAN Jerrold (2005) Patterns of Research in mathematics, Notices Amer. Math. Soc., January 2005, 35-41.
GULETSKII Vladimir, PEDRINI Claudio (2002) The Chow motive of the Godeaux surface, Algebraic geometry, 179-195, de Gruyter, Berlin.
HARTSHORNE Robin (1977) Algebraic Geometry, Graduate Texts in mathematics, Springer-Verlag.
HIRONAKA Heisuke (1964) Resolution of singularities of an algebraic variety over a field of characteruistic zero, Annals of Math. 79, 109-326.
HIRSCHFELD J.W.P. (1985) Finite projective spaces of three dimensions. Clarendon Press, Oxford, 316 pages.
HIRSCHFELD J. W. P. (1998) Projective Geometries over Finite Fields, Clarendon Press, Oxford, 555 pages.
HIRSCHFELD J.W.P., THAS J. A. (1991) General Galois Geometries, Clarendon Press, Oxford, 396 pages.
HOUZEL Christian (1994) La préhistoire des conjectures de Weil. Dans J.P. Pier, Development of Mathematics 1900-1950, Birkhäuser, Basel, 385-413.
HUDSON Hilda P. (1927) Cremona transformation in Plane and Space, Cambridge University Press.

KEUM Jonghae, LEE Yongnam (2000) Fixed locus of an involution acting on a Godeaux surface, Math. Proc. cambridge Philos. soc. 129, 205-216.
KLEINERT Andreas, MATTMUELLER Martin (2007) Leonhardi Euleri Opera Omni: a centenary project, Europ. Math. Soc. Newsletter September 2007, 25-31.
KOLLAR Janos (2007) Resolution of singularities-Seattle lecture, arXiv:math.AG/0508332v3, 12 Feb 2007. 69 pages.
KOTSCHICK Dieter (1995) On the blowups of numerical Godeaux surfaces, Comptes Rendus Acad. Sci. Paris Sér. I Math. 320, 577-580.
KULIKOV Vik (2004) Old and new examples of surfaces of general type with p_g=0. Preprint arXiv:math/0404134.
LANG Serge (1961) Recension de "Eléments de géométrie algébrique par A. Grothendieck" , Bull. Amer. Math. Soc. 37, 115-116.
LEE Yongnam (1997) Degenerations of numerical Godeaux surfaces, Ph. D. Thesis, University of Utah.
LEE Yongnam (2000a) A compactification of a family of determinantal Godeaux surfaces, Trans. Amer. math. Soc. 352, 5013-5023.
LEE Yongnam (2000b) Semistable degeneration of Godeaux surfaces with relatively nef canonical bundle, Math. Nachr. 219, 135-146.
LEE Yongnam (2005) Special members in the bicanonical pencil of Godeaux surfaces, Osaka Jour. Math. 42, 163-171.
LEMAIRE Luc (2004) Une brève histoire de la Société mathématique de Belgique en deux chapitres et demi, Gazette des Mathématiciens, Soc. Math. France, 99, 74-77.
LIBOIS Paul (1934) Sur une classe de Plans Quadruples, Duculot, Gembloux, 46 pages.
MAC LANE Saunders (1997) Van der Waerden's Modern Algebra, Notices Amer. Math. Soc. 44, 321-322.
MARCHAUD André (1958) Conférences de la réunion des mathématiciens d'expression latine. Bull. Soc. Math. France, 86, 253-255.
MENDES LOPES Margarida, PARDINI Rita (2001) A connected component of the moduli space of surfaces of general type with p_g=0. Topology, 40, 977-991.
MENDES LOPES Margarida (2003) Surfaces with p_g=0, Notas do curso leccionado no Instituto "Simon Stoilow" da Academia Romena em Fevereiro de 2003,47 pages.

MIEWIS Jules (2003) Mathematica & Paedagogia ... 1953-1994. Math. et Péda. n° 142, 5-46.
MIYAOKA Yoichi. (1976) Tricanonical maps of numerical Godeaux surfaces. Inventiones Math. 34, 99-111.
MONITEUR BELGE (1965) Concours décennal de mathématiques pures pour la 7è période 1954-1963. Rapport du jury. Extrait du Moniteur belge du 13 août 1965, 11 pages.
MONTEL Paul (1958) La mathématique Méditerranéenne, Bulletin Soc. Math. France, 87, 257-270. §29
MUMFORD David, BOMBIERI Enrico (1976) Enriques' classification of surfaces in characteristic p III, Inventiones Math. 35(1), 197-232.
MURAKAMI Masaaki (2001) The torsion group of a certain numerical Godeaux surface, Jour. Math. Kyoto Univ. 41, 323-333.
OORT F., PETERS C. (1981) A Campedelli surface with torsion group Z/2. Nederl. Akad. Wetensch. Indag. Math. 43, nà4, 399-407.
PARIKH Carol (1991) The Unreal Life of Oscar Zariski, Academic Press Inc, Boston.
PALMIERI Eleonora (2007) Numerical Godeaux surfaces with an automorphism of order three. Ph. D. Thesis. Università degli Studi "Roma tre". 157 pages.
PAN Ivan, RONGA Felice, VUST Thierry (2001) Transformations birationnelles quadratiques de l'espace projectif complexe à trois dimensions, Annales Inst. Fourier, 51, 1153-1187.
PEIFFER Jeanne (2005) René Taton (1915-2004). Gazette des mathématiciens, n° 103, page 65. §22
PETERS Chris (2004) An introduction to complex algebraic geometry with emphasis on the theory of surfaces. Mathematisch Instituut der Rijksuniversiteit Leiden et Institut Fourier Grenoble. 129 pages.
SHAFAREVICH I. R. (1974) Basic Algebraic Geometry, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
REID Miles (1988) Undergraduate Algebraic Geometry, London Mathematical Society Student Texts, Londres, 131 pages.
REID Miles (1991) Campedelli versus Godeaux, Problems in the theory of surfaces and their classification (Cortona 1988), 309-365, Sympos. Math. XXXII, Academic Press, London.
REID Miles (2006) Attempt to construct the general simply connected Godeaux surface. Oberwolfach Report 27:2006, 1645-1647.

REID Miles (2007) Obituary. Texte disponible sur le site de l'auteur.
REID Miles (PREPA) Relative fractional canonical algebras and the general Godeaux surface (en préparation).
REITBERGER Heinrich (1999) The turbulent fifties in resolution of singularities, Res. in Sing, Progress in Math. 181, Birkhäuser, Basel, 5 pages.
SCHREYER Frank-Olaf (2005) An experimental approach to numerical Godeaux surfaces, Oberwolfach Report 7/2005, 434-436.
SERRE Jean-Pierre (1955) Faisceaux algébriques cohérents, Annals of Math. 61, 197-278.
SERRE Jean-Pierre (1956) Sur la topologie des variétés algébriques en caractéristique p. Sympo. Top. Mexico, 24-53.
SERRE Jean-Pierre (1961) Exemples de variétés projectives en caractéristique p non relevables en caractéristique zéro. Proc. Nat. Acad Sciences, 47, 108-109.
SNYDER V., BLACK A.H., COBLE A. B., DYE L.A., EMCH A., LEFSCHETZ S., SHARPE F.R., SISAM C.H. (1970) Selected Topics in Algebraic Geometry, Nat. Research Council, Washington, Chelsea Pub. Company.
STAGNARO Ezio (1998) On Campedelli branch loci. Annali Univ. Ferrara Sez. VII (N. S.) 43, 1-26.
TITS Jacques (1956) Sur les analogues algébriques des groupes semi-simples complexes, Colloque d'Algèbre Supérieure du CBRM, Bruxelles, décembre 1956, 261-289. §24
TITS Jacques (1958) Isotropie des espaces de Klein, Colloque de Géométrie Différentielle Globale du CBRM, Bruxelles, décembre 1958, 153-161.
TITS Jacques (1959) Les espaces isotropes de la relativité, Colloque de Théorie de la Relativité du CBRM, Bruxelles, mai 1959, 107-119.
TITS Jacques (1962) Groupes semi-simples isotropes, Colloque sur la Théorie des Groupes Algébriques du CBRM, Bruxelles, juin 1962, 137-147.
TITS Jacques (1972) Titres et travaux scientifiques, 32 pages.
VAN DE VEN A. (1976/77) Some recent results on surfaces of general type. Séminaire Bourbaki, 29è année, n° 500, 12 pages.
WALKER R.J. (1935) Reduction of the singularities of an algebraic surface, Annals of Matyh. 36, 336-365.

WEIL André. (1946) Foundations of algebraic geometry. AMS, Colloq. Pub. New York.
WEIL André (1949) Number of solutions of equations over finite fields, Bull. Amer. math. Soc. 55, 497-508.
WERNER Caryn (1994) A surface of general type with p_g=q=0, K^2=1. Manuscripta Math. 84, 327-341.
WERNER Caryn (1997) A four-dimensional deformation of a numerical Godeaux surface, Trans. Amer. Math. Soc. 349, 1515-1525.
ZARISKI Oscar (1935) Algebraic surfaces, Erg. der Math., Bd. III, Heft 5, Springer, Berlin (2éd, 1970).
ZARISKI Oscar (1939) The reduction of the singularities of an algebraic surface. Annals of Math. 40, 639-689.
ZARISKI Oscar (1944) Reduction of the singularities of algebraic three-dimensional varieties, Annals of Math. 45, 472-542.
ZARISKI Oscar, SAMUEL Pierre. (1958 et 1960) Commutative Algebra. Deux volumes. Van Nostrand, Princeton. 329 + 414 pages.

47. CHOIX de PUBLICATIONS de LUCIEN GODEAUX

La liste des publications a été élaborée par Lucien Godeaux et publiée par Jean et Paul Godeaux, les fils de Lucien. Je me limite ici à un choix d'oeuvres que j'ai été en mesure de fréquenter sauf exception et d'apprécier parfois longuement. La liste complète figure en Annexe.

GODEAUX L. (1914a) Sur les involutions douées d'un nombre fini de points unis appartenant à une surface algébrique, Atti Acca. Naz. Lincei, Rend. 23, 408-413.
GODEAUX L. (1914b) Sur certaines surfaces algébriques de diviseur supérieur à l'unité, Bull. Acad. Sci. Cracovie, 362-368.
GODEAUX L. (1915) Exemples de surfaces algébriques de diviseur supérieur à l'unité, Bull. Sci. Math. 50, 182-185.
GODEAUX L. (1925). Géométrie analytique. Leçons sur les applications géométriques de l'Algèbre et de l'Analyse. 2è édition. Ecole Royale Militaire. 669 pages.
GODEAUX L. (1927a) La géométrie de la cubique gauche. Mémoire Soc. Roy. des Sciences de Liège, Tome 14, 44 pages.

GODEAUX L. (1927b) Les transformations birationnelles du plan. Mémorial des Sciences Mathématiques, Gauthier-Villars, Paris, Fascicule 22, 58 pages. Deuxième édition (1953), Fascicule 122, 70 pages.
ERRERA A. et GODEAUX L. (1930). Les Mathématiques en Belgique de 1830 à 1930. In Livre d'Or du Centenaire de l'Indépendance belge. §22
GODEAUX L. (1930) Les involutions ayant un nombre fini de points unis appartenant à une surface algébrique. Comptes Rendus du Congrès National des Sciences, 70-77.
GODEAUX L. (1931) Sur une surface algébrique de genres zéro et de bigenre deux, Rendiconti Accad. Nazio. Lincei, 14, 479-481. §1
GODEAUX L. (1932) Sur les surfaces algébriques de genres arithmétique et géométrique zéro dont le genre linéaire est égal à deux, Bull. Acad. Roy. Belg. Classe des Sciences, 18, 26-37.
GODEAUX L. (1933a) Questions non résolues de Géométrie algébrique. Les involutions de l'espace et les variétés algébriques à trois dimensions. Actualités scientifiques et industrielles, Hermann, Paris, n° 77, 24 pages.
GODEAUX L. (1934 a) Les transformations birationnelles de l'espace. Mémorial des Sciences Mathématiques, Gauthier-Villars, Paris, Fascicule 67, 64 pages.
GODEAUX L. (1934b) Surfaces algébriques non rationnelles de genres arithmétique et géométrique nuls, Actualités scientifiques et industrielles, n° 123, Hermann, Paris.
GODEAUX L. (1934c) La théorie des surfaces et l'espace réglé- Géométrie projective différentielle. Actualités scientifiques et industrielles, Hermann, Paris, n° 138, 36 pages.
GODEAUX L. (1934d) Sur quelques transformations birationnelles involutives associées à une cubique gauche. Amer. Journ. Math. 56, 214-218.
GODEAUX L. (1935a) Les involutions cycliques appartenant à une surface algébrique. Actualités scientifiques et industrielles, Hermann, Paris, n° 270, 43 pages.
GODEAUX L. (1935b) L'enseignement de la Géométrie supérieure à l'Université de Liège, Comptes Rendus du Deuxième Congrès National des Sciences, 198-204.
GODEAUX L. (1935c) Un précurseur belge de la Géométrie projective: Jean-François Le Poivre, Comptes Rendus du Deuxième Congrès National des Sciences, 94-95.

GODEAUX L. (1935d) Les involutions ayant un nombre fini de points unis appartenant à une surface algébrique, Comptes Rendus du Deuxième Congrès National des Sciences, 70-77.
GODEAUX L. (1936a) Notice sur Modeste Stuyvaert, Annuaire Acad. Roy. Belg. 30 pages.
GODEAUX L. (1936 b). Sur la construction d'une surface canonique Bull. Soc. Sciences de Liège 5, 139-143.
GODEAUX L. (1936c). Sur une surface canonique appartenant à la variété de Segre représentant les couples de points de deux plans. Bull. Acad. Roy. Belg. Classe des Sciences 22, 1223-1225.
GODEAUX L. (1937a) Les Géométries, Armand Colin, Paris.
GODEAUX L. (1937 b) Sur les surfaces algébriques dont les sections hyperplanes sont les courbes canoniques. Bull. Soc. Roy. Sciences de Liège,
6, 92-96, 132-135 et 154-155.
GODEAUX L. (1938) Notice sur François Deruyts, Annuaire de l'Académie Royale de Belgique, 84-102.
GODEAUX Lucien (éditeur) (1939a) Comptes Rendus du Congrès des Sciences Mathématiques de Liège (17-22 juillet 1939), Georges Thone, Liège. 150 pages.
GODEAUX L. (1939b) Notice sur Constantin Le Paige, Annuaire de l'Académie Royale de Belgique, 238-269.
GODEAUX L. (1942) Notice sur François Folie, Annuaire de l'Académie Royale de Belgique, 1-33.
GODEAUX L. (1943) Esquisse d'une Histoire des Sciences Mathématiques en Belgique. Office de Publicité, Bruxelles.
GODEAUX L. (1944a) Construction d'une surface canonique du septième ordre. Bull. Soc. Royale des Sciences de Liège 13,94-97.
GODEAUX L. (1944b) Construction d'une surface canonique du huitième ordre. Bull. des Sciences Math. 79, 132-144.
GODEAUX L. (1944c) Construction d'une surface canonique du neuvième ordre. Bull. Acad. Roy. Belg. Classe des Sciences. 30, 202-212
GODEAUX L. (1946) Introduction à la Géométrie Supérieure. Deuxième édition. Université de Liège. Cours de la Faculté des Sciences. Thone. 149 pages.
GODEAUX L. (1947a). Les Géométries Cayleyennes et les Univers d'Einstein et de De Sitter. Sciences et Lettres. Liège.

GODEAUX L. (1947b) Sur une suite de quadriques associée à une congruence W, Americ. Jour. Math. 69, 490-492.
GODEAUX L. (1948-1949) Géométrie algébrique. Deux volumes. Sciences et Lettres. Liège. 236+ 210 pages.
GODEAUX L. (éditeur) (1949a). Colloque de Géométrie algébrique , Thone, Liège.
GODEAUX L. (1949b) Une représentation des transformations birationnelles du plan et de l'espace. Mémoires in 8° de l' Académie Royale de Belgique, Classe des Sciences, Tome 24, 31 pages.
GODEAUX L. (1949c). Correspondances entre deux courbes algébriques, Mémorial des Sciences Mathématiques, Gauthier-Villars, Paris, Vol. 111, 64 pages.
GODEAUX L. (1949-1950) Les Recherches mathématiques en Belgique dans ces dernières années, Bull. Soc. Math. Belg. 32-40. (Conférence faite le 13 juin 1950).
GODEAUX L. et ROZET O. (1952a) Leçons de Géométrie Projective. Sciences et Lettres, Liège. Deuxième édition. La première édition date de 1932.
GODEAUX L. (1952b) Deuxième Colloque de Géométrie algébrique à Liège, Centre Belge de Recherches Mathématiques, Thone, Liège et Masson, Paris, 243 pages.
GODEAUX L. (1957) Le Centre Belge de Recherches Mathématiques. L'Enseignement Mathématique, 3, 150-155.
GODEAUX L. (1960) As geometrias, colecção Saber, Lisboa, Edições Europa-América.
GODEAUX L. (1963) Théorie des involutions cycliques appartenant à une surface algébrique et applications. Consiglio Nazionale delle Ricerche-Monografie matematiche 11. Comporte 255 pages.
GODEAUX L. (1965) Cesitli Geometriler, Turkish Math. Soc.
GODEAUX L. (1968a). Esquisse de l'histoire des Mathématiques en Belgique pendant le XIXè siècle et le début du XXè. In " Florilège des Sciences en Belgique". Académie Royale de Belgique. 117- 127.
GODEAUX L. (1968b). Charles-Jean de La Vallée Poussin In " Florilège des Sciences en Belgique". Académie Royale de Belgique. 154- 167.
GODEAUX L. (1968c) Notice sur Adolphe Mineur, Annuaire Acad. Roy. Belg. 9-18.

48. UN GRAND WALLON

Je cite Paul Delforge 2012, dans « Wallons marquants «.
‹‹ Le mathématicien [Lucien Godeaux] s'intéresse aussi à la chose publique, à la défense de la langue mais surtout du droit des gens. Cofondateur de la section de Liège de la la Ligue des intellectuels wallons (1938), il figure parmi les promoteurs de l'Association pour le Progrès intellectuel et artistique de la Wallonie qu'il préside dès 1943. Vice-Président du Congrès national wallon qui se tient à Liège les 20 et 21 octobre 1945, il se prononce en faveur du fédéralisme. Résumant les griefs wallons en matière culturelle, il s'inquiète de la disparition de foyers de langue française en Flandre, de la flamandisation progressive des structures belges et d'un gaspillage de moyens financiers par des saupoudrages justifiés par des préoccupations seulement linguistiques. En 1947, il est l'un des signataires de la pétition « La Wallonie en alerte ‹, dénonçant la minorisation du pays wallon. Actif au sein de mouvements wallons jusque dans les années 1960, il fut, sans conteste, l'un des piliers de l'Association pour le Progrès intellectuel et artistique de la Wallonie ››.

49. MERCI

A Leo Houziaux qui sans cesse me rappela à mes devoirs et toujours m'encouragea.
A Jean Mawhin qui m'a transmis l'important dossier constitué par notre regretté confrère Florent Bureau, à Robert Gérardy qui m'a transmis le document Dubuisson (1967), à Dimitri Leemans et Philippe Cara qui m'ont aidé dans l'exploration des ressources de Mathematical Reviews et Zentralblatt der Mathematik, à Christiane Raindorff et Françoise Thomas qui m'ont transmis des documents essentiels provenant du dossier de Lucien Godeaux à l'Académie, à Paul Van Praag qui m'a transmis plusieurs textes et références importantes et des témoignages précieux, à J.A. Thas pour Godeaux (1949-50) et divers témoignages, à Christian Radoux pour quatre importantes notices biographiques rédigées par Lucien Godeaux, à Franz Bingen et Amand Lucas pour des témoignages appréciés. A Christian Van Hooste qui fut élève de Lucien Godeaux et de Jean Schmets. A Michel Cahen pour une impulsion d»cisive.

APPENDICE

LISTE des PUBLICATIONS

A scanner !

Buekenhout en possède une version imprimée communiquée par Mme Thomas et provenant du texte dû aux fils de Lucien , paru dans Bull. Soc. des Sciences de Liège.