Examen d'entrée - Etudes de Médecine et de Dentisterie - Flandre 2015

1. Le logarithme en base 2 d'un réel strictement positif x est noté $\log_2(x)$. Si $\log_2(a)$ est égal à 1024, alors $\log_2(2a)$ est égal à

   (A) 2048 (B) 1025 (C) 1023 (D) 1512

2. L'expression $\sin^2 15° + \cos^2 30° + \sin^2 45° + \cos^2 60° + \sin^2 75°$ est égale à

   (A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) 1

3. Soit la fonction f dont l'expression analytique est

$$f(x) = \ln(1-x)^2 + \ln(1+x)^2.$$

   Quelle est l'expression analytique de la dérivée f' de f ?

   (A) $f'(x) = \dfrac{4x}{x^2-1}$ (B) $f'(x) = \dfrac{4}{x^2-1}$

   (C) $f'(x) = \dfrac{4x}{1-x^2}$ (D) $f'(x) = \dfrac{4}{1-x^2}$

4. Dans un réfrigérateur sont conservées dix pochettes de sang : six avec du sang de type A-positif et quatre avec du sang A-négatif. Si on prend trois pochettes au hasard du réfrigérateur quelle est la probabilité qu'exactement deux soient des pochettes contenant du sang de type A-positif?

   (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$

5. Le nombre de points d'intersection des paraboles d'équations

$$y = x^2 + x + 1 \quad \text{et} \quad y = 2x^2 - 2x + 3$$

   est égal à

   (A) 4 (B) 2 (C) 1 (D) 0

6. L'intégrale définie

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cos x \,\mathrm{d}x$$

   est égale à

   (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{3}{8}$

7. Le système

$$\begin{cases} x + ay = a(a+3) \\ ax + y = -2a \end{cases}$$

de paramètre a réel admet une solution

(A) si et seulement si $a \neq 1$.

(B) si et seulement si $a \neq -1$.

(C) si et seulement si $a \notin \{-1, 1\}$.

(D) quel que soit a réel.

8. On découpe dans une feuille de papier un disque de rayon $\sqrt{2}$ cm et un rectangle de côtés 4 et 2 cm. On place le rectangle sur le cercle de manière que leurs centres coïncident. Quelle est l'aire (en cm^2), de la partie du disque qui n'est pas couvert par le rectangle?

(A) $\pi - 2$

(B) $\pi - 1$

(C) $2\pi - 1$

(D) $2\pi - 2$

9. La fonction f est définie par l'expression $f(x) = 2x^3 - 6x + 6$. Quelle est l'aire de la surface comprise entre le graphique de f, l'axe des x et les droites verticales passant par le minimum local et par le maximum local de f?

(A) 16

(B) 14

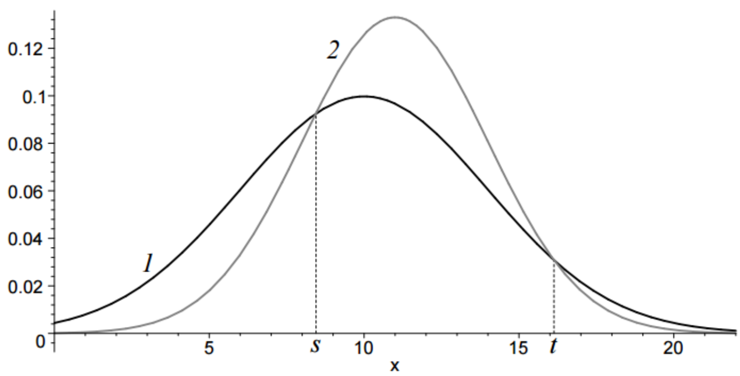
(C) 12

(D) 10

10. Rappel : Si Z est une variable aléatoire **normalement distribuée**, on a la règle des **68-95-99,7**.

$P(-1 < Z < 1) \approx 0,68$, $P(-2 < Z < 2) \approx 0,95$, $P(-3 < Z < 3) \approx 0,997$.

La variable aléatoire X_1 est distribuée normalement, de moyenne 10 et d'écart-type 4 (graphique 1),
La variable aléatoire X_2 est aussi distribuée normalement mais avec une moyenne de 11 et un écart-type de 3 (graphique 2).
Les graphiques correspondants se coupent aux points d'abscisses $s \approx 8,44$ et $t \approx 16,13$ (voir la figure).



Laquelle des propositions suivantes est fausse?

(A) $P(X_1 > t) < 0,16$ et $P(X_2 > s) < 0,84$.

(B) $P(X_1 > 14) = P(X_2 > 14)$.

(C) $P(X_1 < 6) < 0,17$ et $P(x_2 > 17) < 0,03$.

(D) $P(X_1 > t) = P(X_2 > t)$.

11. On considère l'équation quadratique $2x^2 + (a+1)\,x + a^2 - 1 = 0$ d'inconnue x et de paramètre $a \in [0,1]$. Les solutions de cette équation dépendent de a. Quelle est la valeur maximale de la somme des carrés de ces solutions ?

(A) $\dfrac{10}{3}$ (B) $\frac{7}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

---

12. L'expression $\dfrac{s-1}{1-2s}$ est le sinus d'un angle si et seulement si

(A) $s \in [1,+\infty[$.

(B) $s \in]-\infty,0]$.

(C) $s \in \,]-\infty,\frac{1}{2}] \cup [1,+\infty[$.

(D) $s \in \,]-\infty,0] \cup [\frac{2}{3},+\infty[$.

---

13. Dans une région déterminée, 12% de la population est atteint du diabète. Une enquête montre que 80% des habitants de cette région ne se laissent jamais tester pour le diabète et que 40% ce ceux qui acceptent de se faire tester sont effectivement malades du diabète.

Quelle est la probabilité qu'une personne qui refuse de se faire tester soit malade du diabète ?

(A) 7% (B) 6% (C) 5% (D) 4%

---

14. Déterminer n pour que

$$\int_1^2 x^2\,\mathrm{d}\,x + \int_2^3 (x-1)^2\,\mathrm{d}\,x + \int_3^4 (x-2)\,\mathrm{d}\,x + \ldots + \int_n^{n+1} (x-n+1)^2\,\mathrm{d}\,x = 280\,.$$

(A) 280 (B) 140 (C) 120 (D) 100

---

15. Considérons un carré de côté 1. La somme des carrés des longueurs des diagonales de ce carré

(A) est égale à 4.

(B) est égale à $2\sqrt{2}$.

(C) est égale à 2.

(D) ne peut être déteminée à partir des données.
