

PROBLEMATHS

14 septembre 2015

ÉNONCÉS

Problemath 1

On place au hasard une tour et un fou sur deux cases différentes d'un échiquier 8×8 dépourvu de toute autre pièce du jeu. Quelle est la probabilité qu'une des deux pièces puisse prendre l'autre en un coup, selon les règles du jeu d'échecs?

Problemath 2

Etant donné un ensemble E de points de \mathbb{R}^3 , on désigne par $\Delta(E)$ la réunion de toutes les droites de \mathbb{R}^3 ayant au moins deux points dans E .

Si E est l'ensemble des 3 sommets d'un triangle équilatéral, il est facile de prouver que $\Delta(\Delta(E))$ est le plan contenant E .

Si E est l'ensemble des 4 sommets d'un tétraèdre régulier, est-il vrai que $\Delta(\Delta(E)) = \mathbb{R}^3$?

Problemath 3

Un roulement à billes bidimensionnel. Dans le plan \mathbb{R}^2 , on considère deux disques concentriques de rayons 1 et $r_n > 1$, où r_n est tel que l'anneau compris entre les deux disques contienne n disques (les "billes") de diamètre $r_n - 1$, chacune de ces billes étant tangente à ses deux voisines dans l'anneau. Si A_n désigne la somme des aires des n billes et B_n l'aire de l'anneau, que vaut la limite de $\frac{A_n}{B_n}$ lorsque n tend vers l'infini?

COMMENTAIRES

Résoudre des problèmes permet de se rapprocher de l'activité du chercheur et de percevoir la mathématique comme une science vivante. D'autre part, du fait que leur résolution exige souvent autre chose que la routine et les recettes, les problèmes développent l'aptitude à maîtriser des situations nouvelles.

Vous avez découvert ci-dessus trois énoncés de problèmes. Si vous en résolvez plusieurs, nous vous prions de le faire sur des feuilles séparées, pour faciliter le travail des correcteurs. Les solutions doivent nous parvenir au plus tard **le vendredi 2 octobre à 14h** (date limite à respecter scrupuleusement!). Si vous êtes sur le Campus de la Plaine, vous pouvez déposer vos solutions dans une boîte aménagée à cet effet au 8ème étage du Bâtiment NO, dans le local 2.08.109, ou les remettre à Jean DOYEN (bureau 2.08.208). Si vous êtes à l'Ecole polytechnique sur le Campus du Solbosch, vous pouvez les remettre à Anne DELANDTSHEER ou les déposer dans la boîte aux lettres qui se trouve sur la porte UA4.112 (Bâtiment U, porte A, 4ème étage), à l'entrée du Service de Mathématiques. Prière d'indiquer clairement vos NOM et PRENOM - section et année d'étude (BA1.math., BA2.phys., BA1.polytech., etc...).

Les noms de ceux qui auront fourni des solutions correctes seront publiés avec les énoncés suivants (attention: pour qu'une solution soit considérée comme correcte, il faut qu'elle

soit soigneusement justifiée). Tous ceux qui auront résolu plus de la moitié des Problemaths proposés pendant l'année académique 2015-2016 se verront attribuer un prix et un diplôme.

L'équipe Problemaths, composée de Christine CUTTING, Anne DELANDTSHEER, Julie DISTEXHE, Jean DOYEN, Audrey HERINCKX, Julien MEYER, Selim REXHEP et Patrick WEBER, vous souhaite de joyeuses cogitations problématiques !

LES PENSÉES DU JOUR

"Une propriété remarquable des mathématiques, que l'on ne peut s'empêcher d'admirer, est l'efficacité incompréhensible de ses parties les plus abstraites et à première vue complètement inutiles, à condition qu'elles soient belles". (Vladimir ARNOLD, mathématicien russe, 1937-2010, Prix Wolf en 2001).

"Mathematical reasoning may be regarded rather schematically as the exercise of a combination of two facilities, which we may call intuition and ingenuity". (Alan TURING, mathématicien anglais, 1912-1954, popularisé récemment par le film "The imitation game").