

PROBLEMATHS

2 février 2015

Voici les derniers problèmes que nous soumettons à votre sagacité pour cette année académique 2014–2015.

Problemath 10

Tout parallélépipède de l'espace euclidien \mathbb{R}^3 a la propriété suivante : toutes les sections planes parallèles à une face quelconque ont le même périmètre que cette face. Existe-t-il un autre polyèdre convexe de \mathbb{R}^3 ayant cette propriété ?

Problemath 11

Dans un jeu télévisé, l'animateur vous montre 3 portes fermées. Derrière chacune d'elles se trouve un coffre contenant une certaine somme d'argent, dont le montant est écrit sur le couvercle. On vous informe que les 3 sommes sont différentes, mais vous ignorez ce qu'elles valent.

Vous pouvez choisir une des 3 portes, l'ouvrir et voir le montant de la somme d'argent qui se trouve derrière. Si vous décidez d'arrêter là, vous emportez cette somme et le jeu est terminé. Sinon, vous pouvez ouvrir une des deux portes restantes et voir quelle somme d'argent se trouve derrière, mais alors il vous est interdit de revenir en arrière vers la première porte choisie. Si vous décidez d'arrêter là, vous emportez cette deuxième somme et le jeu est terminé. Sinon vous pouvez encore ouvrir la porte restante et emporter l'argent qui se trouve derrière, sans toucher bien entendu aux deux sommes d'argent précédentes.

Quelle stratégie devez-vous utiliser pour maximiser la probabilité d'emporter la somme d'argent la plus élevée, et que vaut cette probabilité ?

Problemath 12

Quelles sont les solutions de l'équation

$$x_1^{2015} + 2^1 x_2^{2015} + 2^2 x_3^{2015} + \dots + 2^{2014} x_{2015}^{2015} = 2014 x_1 x_2 x_3 \dots x_{2015}$$

en nombres entiers $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2015} \in \mathbb{Z}$?

Problemath 13

Dans le plan euclidien \mathbb{R}^2 , existe-t-il une infinité dénombrable de points

$$\dots, p_{-3}, p_{-2}, p_{-1}, p_0, p_1, p_2, p_3, \dots$$

ayant la propriété suivante : quels que soient les entiers distincts a, b, c , les points p_a, p_b, p_c sont alignés si et seulement si $a + b + c = 2015$?

Les solutions doivent nous parvenir au plus tard le **vendredi 6 mars à 14h** (date limite à respecter impérativement).

Les pensées du jour.

“The miracle of the appropriateness of the language of mathematics for the formulation of the laws of physics is a wonderful gift which we neither understand nor deserve” (Eugene WIGNER, physicien américain, 1902–1995).

“L’une des caractéristiques de l’apprentissage des mathématiques, c’est la possibilité donnée à tout étudiant de devenir son propre maître et en ce sens il n’y a pas d’autorité en mathématiques. Seules la preuve et la rigueur y font la loi. L’étudiant peut atteindre par le travail une maîtrise suffisante pour pouvoir s’il le faut tenir tête au maître.” (Alain CONNES, mathématicien français, Médaille Fields en 1982).

“L’inspiration est tout aussi nécessaire en géométrie qu’en poésie” (Alexandre POUCHKINE, poète et romancier russe, 1799–1837).

“La science est un jeu dont la règle consiste à trouver quelle est la règle du jeu” (François CAVANNA, journaliste et dessinateur français à Charlie Hebdo, 1923–2014).