

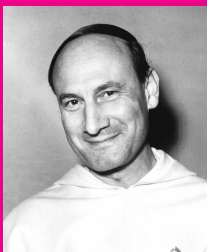
La boule d'Uccle et les axiomes de Falek

Francis Buekenhout

Je veux vous conter une histoire peu banale. Celle d'une authentique découverte d'un objet mathématique nouveau et intéressant accomplie par quatre rhétoriciennes de l'Athénée d'Uccle 2 le mercredi 4 février 2004. Elles s'occupaient du Module de Paix. Vous avez rencontré ce petit bonhomme plat en plastique possédant 4 membres écartés en extension et une tête soit 5 appuis où il lui est possible de se joindre à un ou plusieurs autres modules.

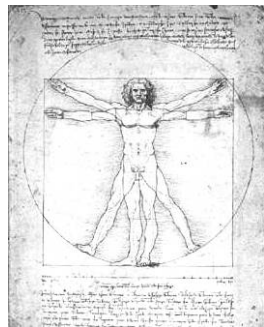


Le module est produit par l'œuvre humanitaire *Iles de Paix* basée à Huy en prolongement de l'action du Père Dominique Pire, prix Nobel de la Paix en 1958, un authentique grand homme Wallon.



Dominique Pire,
1910-1969

Le module possède un « look » intermédiaire entre un véritable personnage et une figure géométrique. Il a été créé par l'artiste bruxellois Paul Gonze en 1987. Il s'inspire d'un dessin célèbre dû à Léonard de Vinci (1452-1519). C'est ce qu'on appelle l'*Homme de Vitruve* en raison du fait que Léonard s'était inspiré d'un texte de Vitruve (vers 50 avant notre ère), grand ingénieur militaire et architecte romain qui a rédigé le *Traité d'Architecture* le plus fameux de l'Antiquité. Soit dit en passant, ce livre ne comporte aucun dessin. A mes yeux, il peut être considéré comme une œuvre de mathématique appliquée. Il peut prétendre au titre de seul texte mathématique original rédigé en latin durant l'Antiquité. Le suivant est dû à Alcuin (c. 735-804) qui fut le « Ministre de l'Éducation » de Charlemagne.



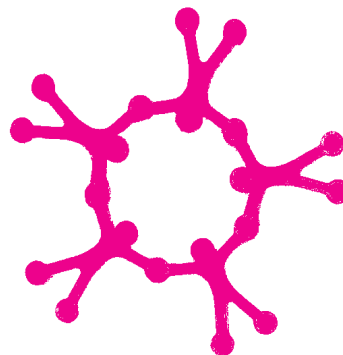
L'homme de Vitruve par
Léonard de Vinci

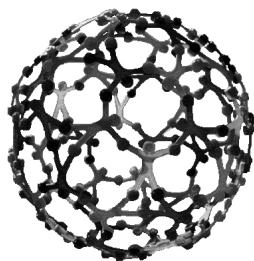


L'homme de Vitruve figure sur
la pièce italienne d'un euro.

Revenons aux modules. D'abord, il serait excitant que vous réussissiez à en rassembler un nombre assez élevé en unissant les fonds de tiroir de chacun dans la classe et quelques forces familiales ou autres. Le mieux serait d'en avoir soixante. Vous verrez pourquoi.

Une des idées de Paul Gonze imprégnées dans son module est qu'il permet de constituer des chaînes de personnages se tenant par la main. A vrai dire, ils peuvent se joindre aussi par les pieds et une jonction tête-pied est également possible parmi d'autres encore.





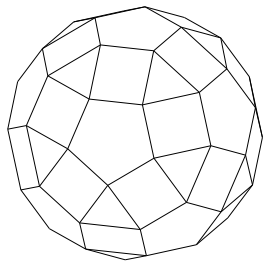
Voici quelques traits de la boule de Gonze.

La boule de Gonze est constituée de soixante modules. On distingue des cycles de cinq modules se tenant par la main et en cercle. A leurs pieds, il y a des cycles de trois modules se tenant par le pied.

La boule possède un groupe de 120 symétries, la même symétrie que le dodécaèdre et l'icosaèdre.

Si vous en avez le courage, lancez-vous dans un inventaire de ce groupe.

Pour vous aider, il y a 15 demi-tours ou rotations de 180° dont l'axe passe par le milieu de deux arêtes opposées du dodécaèdre. Le nombre total de rotations est 60. Il y a 60 retournements comprenant des symétries bilatérales mais aussi des anti-rotations.



Une autre idée était celle de personnages se tenant par un appui et couvrant le monde. Paul Gonze a dû découvrir ce que nous appelons la « boule » que je préfère désormais appeler la « boule de Gonze » car il y en a d'autres. C'est un objet fabuleux. Je veux bien le décrire mais à contrecœur. Il est si excitant de le découvrir. Quelle émotion pour mon ami géomètre Edmond Dony de voir entrer la boule de Gonze, accompagnée, dans un restaurant le 13 janvier 2001. Il l'acheta et construisit bientôt un polyèdre en carton pour le modéliser. La création de l'artiste venait de rencontrer un mathématicien.

L'objet fut transmis et commenté à moi-même, puis à Claudine Da Conceição Silva et Alain Gottcheiner. À quatre, nous en avons fait une étude mathématique liée à la notion de polyèdre. Un article résume notre étude. Il est possible de télécharger librement cet article sur le site du CeDoP. En voici la référence :

F. Buekenhout, E. Dony, C. Da Conceição Silva, A. Gottcheiner. *Polyèdres de Paix*, CeDoP-ULB. 2004, 12 pages.

Il y a désormais des « Polyèdres de Paix ». Des animations en classe ont été accomplies par divers professeurs de mathématiques à divers endroits notamment par Claudine Da Conceição Silva, Stéphanie Ory, Liliane Falek et Francis Buekenhout. Un des buts est chaque fois de faire découvrir la boule de Gonze par des élèves ravis. Il est possible de réaliser cette animation dans votre classe en me contactant (fbueken@ulb.ac.be ou falek@europe.com).

Brûlons les étapes pour en venir à Uccle. Je me réfère à un rapport écrit excitant rédigé par Liliane Falek, professeur de mathématique à l'Athénée d'Uccle 2. Une classe de rhétorique enthousiaste constituée de 8 filles et 16 garçons ignorant tout des polyèdres de Paix et des modules. Ils ont cours de math de 9.05 à 9.55 puis de 11.00 à 11.50. Madame Falek doit s'absenter de 9.10 à 10.30. Elle confie la clé du local aux élèves et donne des consignes :

- constituer 4 groupes de 5 élèves et un groupe de 4 ;
- chaque groupe reçoit un sachet contenant des modules de Paix ;
- tous les sachets ont le même nombre de modules.

Il faut relier les modules en respectant certaines règles. Ces règles sont ce que j'appelle les Axiomes de Falek. Les voici.

- Construire une boule, utiliser tous les modules du sachet.
- On ne peut relier que deux mains ou deux pieds entre eux, jamais un pied avec une main, jamais plus de deux mains (ni pieds).
- Ne jamais laisser un pied ou une main libre.
- Ne jamais relier les têtes.

A la fin de l'heure, ils devaient laisser leurs constructions sur le banc, fermer le local et se rendre au cours suivant. Les retrouvailles furent chargées d'émotion. Quatre groupes avaient construit une boule de Gonze. Des effets de couleur avaient été obtenus, notamment une boule patriotique dont chaque module était noir, jaune ou rouge. Un des groupes fixa l'événement par une photo.

Surprise pour Liliane Falek. Un groupe de filles avait, sans le faire exprès comme elles disent, construit une boule tout à fait différente par sa structure. Je fus consulté quelques jours après et je fus en mesure de confirmer l'originalité de la découverte. La Boule d'Uccle était née. Un tout grand bravo à ses mamans Pauline de Wurstemberger, Coline Van der Vorst, Audrey Verbaeys, Anne-Liv Myren sans oublier les mérites du professeur Liliane Falek. La Boule d'Uccle possède le même groupe de 120 symétries que la Boule de Gonze.

Voici une description de la Boule d'Uccle. Elle est constituée de soixante modules. On distingue à nouveau des cycles de cinq modules se tenant par la main et en cercle. Aux pieds de chaque module s'attache un autre module par les pieds. Ceci est la brillante trouvaille des rhétoriciennes.

Un modèle polyédrique simple apparaît rapidement à l'observateur : il s'agit de l'icosaèdre tronqué ou [5,5,6] découvert par Archimède dans l'Antiquité.

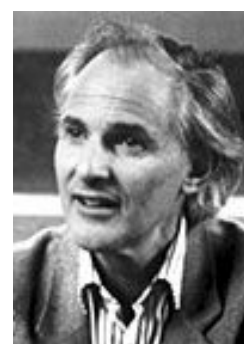
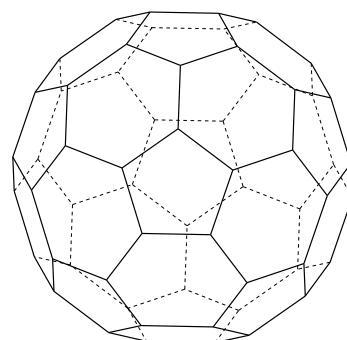
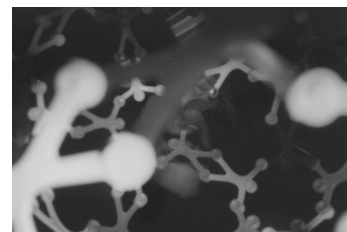
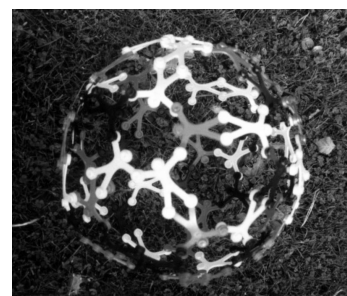
Ce polyèdre comporte deux sortes d'arêtes : celles, au nombre de 60 qui séparent un pentagone et un hexagone et celles, au nombre de... (à vous de trouver) qui séparent deux hexagones. Je dirai que les premières sont simples et les deuxièmes sont doubles. En tout sommet, vous voyez deux arêtes simples et une double. Sur la Boule d'Uccle, un sommet du polyèdre correspond à un module et une arête double correspond aux deux jambes liées de deux modules.

Un autre rapprochement s'impose en passant : l'icosaèdre tronqué représente un ballon de football ou plus exactement l'assemblage des pièces pentagonales et hexagonales constituant le ballon. Il y a mieux ! C'est la molécule de carbone C_{60} découverte en 1985. Elle valut le Prix Nobel de Chimie en 1996 à l'anglais Harold KROTO (1939–) et aux américains Robert CURL (1933–) et Richard SMULLEY (1943–).

Cette molécule a donné lieu à une foule de nouvelles molécules de carbone de plus en plus allongées qui sont appelées *Fullerènes* ou *Nanotubes*. Ces molécules sont appelées à révolutionner la chimie et l'industrie de notre siècle notamment dans le domaine des fibres et des câbles. Ricanez si vous le voulez mais une compagnie américaine étudie la construction d'un ascenseur Terre-Lune sur cette base.

Un modèle de Carbone 60 est fait de 60 boules représentant des atomes de carbone. Chaque atome est lié à deux autres par une liaison simple et à un autre par une liaison double ou covalente. Quel rapport avec la Boule d'Uccle ? Le lien m'est apparu clairement le 21 octobre après une longue et intense séance de travail la veille avec Liliane Falek : la Boule d'Uccle et la molécule de Carbone 60 sont ISOMORPHES.

Partant d'un modèle de C_{60} , on pose un module sur chaque atome. Les jambes sont orientées selon la liaison atomique double. Les bras se mettent bien et accrochent un voisin.



Harry Kroto

Quelles merveilles et que de perspectives ! Il existe d'autres Boules et déjà un Tube de Paix.