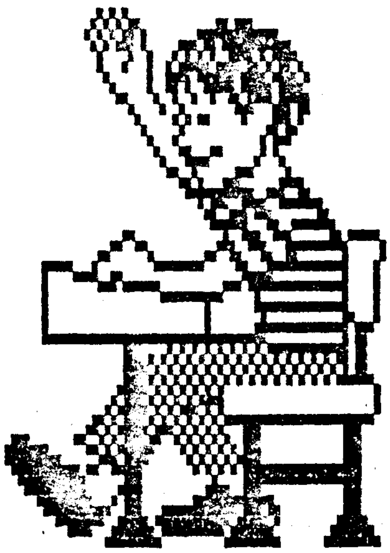
HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP!
HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!

1

Trigonometrie

HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!
HELP! HELP!



HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP!
HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP! HELP!

TRIGONOMETRIE -REVISIONS

A connaître

- Notion de cercle trigonométrique
- Sinus, cosinus, tangente, d' un angle dans le cercle trigonométrique
- Sinus, cosinus, tangente cotangente d' un angle dans un triangle rectangle
- Graphique des fonctions y = sinx, y = cosx, y = tgx, y = cotgx, y = secx, y = cosecx
- Valeurs des fonctions circulaires des angles suivants : 0, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, π
- Passage d' un rapport trigonométrique d' un angle α à celui des angles $-\alpha$, $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$, $\pi \pm \alpha$, $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$
- Passage entre les rapports trigonométriques d' angles du premier quadrant :

	u = sinx	u = cos x	u = tgx	u = cotgx	u = secx	u = cosecx
sinx	u	$\sqrt{1-u^2}$	$\frac{u}{\sqrt{1+u^2}}$	$\frac{1}{\sqrt{1+u^2}}$	$\frac{\sqrt{u^2-1}}{u}$	$\frac{1}{u}$
cosx	$\sqrt{1-u^2}$	u	$\frac{1}{\sqrt{1+u^2}}$	$\frac{u}{\sqrt{1+u^2}}$	$\frac{1}{u}$	$\frac{\sqrt{u^2-1}}{u}$
tgx	$\frac{u}{\sqrt{1-u^2}}$	$\frac{\sqrt{1-u^2}}{u}$	u	$\frac{1}{u}$	$\sqrt{u^2-1}$	$\frac{1}{\sqrt{u^2-1}}$
cotgx	$\frac{\sqrt{1-u^2}}{u}$	$\frac{u}{\sqrt{1-u^2}}$	$\frac{1}{u}$	u	$\frac{1}{\sqrt{u^2-1}}$	$\sqrt{u^2-1}$
secx	$\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$	$\frac{1}{u}$	$\sqrt{1+u^2}$	$\frac{\sqrt{1+u^2}}{u}$	u	$\frac{u}{\sqrt{u^2-1}}$
cosecx	$\frac{1}{u}$	$\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$	$\frac{\sqrt{1+u^2}}{u}$	$\sqrt{1+u^2}$	$\frac{u}{\sqrt{u^2-1}}$	u

- Formules des pages 26 et 27 du cours de cinquième. Savoir en déduire que

  $\sin a.\sin b = \frac{1}{2}.[\ \cos(a - b) - \cos(a + b)\ ]$

  $\cos a.\cos b = \frac{1}{2}.[\ \cos(a - b) + \cos(a + b)\ ]$

  $\sin a.\cos b = \frac{1}{2}.[\ \sin(a - b) + \sin(a + b)\ ]$
- Définition et graphique des fonctions circulaires inverses

— Dans le premier quadrant :

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arccotg} x = \frac{\pi}{2}$$

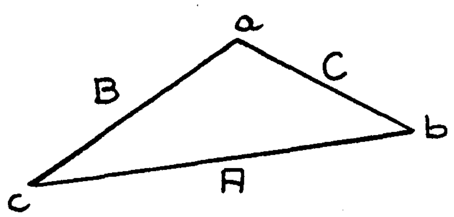
$$\arccos\frac{1}{x} + \arcsin\frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$$

$$\cos \arcsin x = \sin \arccos x = \sqrt{1 - x^2}$$

$$\sin \operatorname{arctg} x = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$$

$$\cos \operatorname{arctg} x = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$$

— Triangles quelconques :



$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c} = 2R$$

$$A^2 = B^2 + C^2 - 2.B.C.\cos a$$

$$\text{Surface} = \frac{1}{2}.A.B.\sin c$$

Cercle circonscrit à un triangle : Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point d' intersection des médiatrices du triangle

Cercle inscrit à un triangle : Le centre du cercle inscrit à un triangle est le point d' intersection des bissectrices du triangle

Exercices :

1. Vérifier que pour tout x, a ∈ $\mathbb{R}$, on a
   a) $\cos^2 x + \cos^2(120° + x) + \cos^2(120° - x) = \frac{3}{2}$
   b) $\operatorname{tg}\frac{a}{2} = \frac{\sin 2a}{1 + \cos 2a} \cdot \frac{\cos a}{1 + \cos a}$
   c) $\sin 7a - \sin 5a - 2.\cos 5a.\sin 2a + 2.\cos 4a.\sin a = 0$
2. Montrer que si les angles a, b, c d' un triangle vérifient la relation

$$\sin c = \cos a + \cos b$$

alors, le triangle est rectangle.

3. Résoudre

a) $\sqrt{2.\sin x.\sin 3x} = 1$

b) $\operatorname{tg}x + \operatorname{tg}3x + \sin 2x = 0$

c) $\begin{cases} 4.\sin x.\sin y = \frac{1}{4} \\ \cos x.\cos y = \frac{3}{4} \end{cases}$

4. Trouver les valeurs de $k \in \mathbb{R}$ telles que l' égalité suivante soit vérifiée :

$$\frac{1}{\cos 2x} = k + \frac{5}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

5. Résoudre

a) $\cos 2x < -\frac{1}{2}$

b) $\sqrt{4 - \cos x} > 3\cos x - 2$

c) $\begin{cases} \sin x + \sin y = 1 \\ \cos 2x + \cos 2y = 1 - a^2 \end{cases}$ où $a \in \mathbb{R}$

Indiquer le résultat de la discussion sur l' axe a .

d) $4.\sin x.\sin(x - a) = 2.\cos a - 1$ où $a \in \mathbb{R}$

Indiquer le résultat de la discussion sur l' axe a.

6. Si dans un triangle $\sin a + \sin c = 2\sin b$

alors $\operatorname{cotg}\frac{a}{2} + \operatorname{cotg}\frac{c}{2} = 2.\operatorname{cotg}\frac{b}{2}$.

7. On donne l' équation $x^2 + px + q = 0$ où $p^2 > 4q$

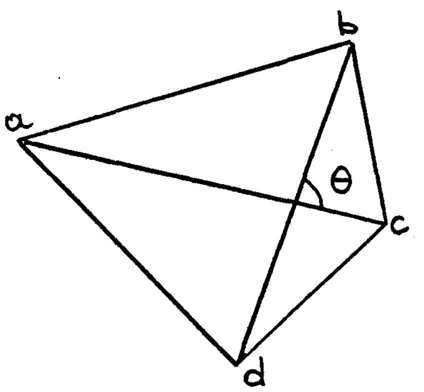
On désigne par tga et tgb les deux racines de cette équation.

On demande d' écrire l' expression

$$E = \sin^2(a + b) + p.\sin(a + b).\cos(a + b) + q\cos^2(a + b)$$

en fonction de p et de q.

8. On donne un quadrilatère convexe abcd.



Démontrer que sa surface est donnée par

$$S = \frac{1}{2}.x.y.\sin\theta$$

où x et y désignent les longueurs des diagonales et θ leur angle.

9. Démontrer que pour tout $a \in \mathbb{R}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}_0$

$$\sin a + \sin 2a + \dots + \sin na = \frac{\sin\frac{na}{2}.\sin\frac{(n+1)a}{2}}{\sin\frac{a}{2}}$$

10. Résoudre

a) $\cos x + \sqrt{3}.\sin x = 2$

b) $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x = 2$

11. Démontrer que dans tout triangle abc :

$$\frac{A^2 - B^2}{C^2} = \frac{\sin(a - b)}{\sin(a + b)}$$

12. Résoudre

a) $\begin{cases} \operatorname{tg}x + \operatorname{tg}y = a \\ \operatorname{tg}(x - y) = a \end{cases}$ où $a \in \mathbb{R}$

Indiquer le résultat de la discussion sur l' axe a.

b) $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} - x) + \operatorname{cotg}(\frac{\pi}{4} + x) = a$ où $a \in \mathbb{R}$

Indiquer le résultat de la discussion sur l' axe a.

13. Résoudre $f(x) = 0$ et $f(x) = 1$ si

$$f(x) = \frac{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}$$

14. Démontrer que pour tout $a \in$ dom

$$\frac{1 - \operatorname{tg}\frac{a}{2}}{1 + \operatorname{tg}\frac{a}{2}} = \frac{1 - \sin a}{\cos a} = \frac{\cos a}{1 + \sin a}$$

15. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$1 + \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = 4.\cos x.\cos 2x.\cos 3x$$

16. Si a, b, c représentent les angles d' un triangle et A,B,C les côtés opposés à ces angles, démontrer que

$$A^2.\operatorname{cotg}a + B^2.\operatorname{cotg}b + C^2.\operatorname{cotg}c = \frac{A^2 + B^2 + C^2}{\operatorname{cotg}a + \operatorname{cotg}b + \operatorname{cotg}c}$$

17. Si a, b, c représentent les angles d' un triangle et si

$$\sin(a + \frac{b}{2}) = n.\sin\frac{b}{2} \quad \text{où } n \in \mathbb{R}$$

démontrer que

$$tg\frac{a}{2}.tg\frac{c}{2} = \frac{n - 1}{n + 1}$$

18. a et c étant deux nombres réels donnés, résoudre et discuter l' équation trigonométrique en x ($0 \leq x \leq \pi$)

$$a.\sin^2 x + 2\sin x.\cos x + c.\cos^2 x = 1$$

a) donner l' expression des solutions en fonction de a et c.

b) discuter les résultats (existence, nombre de solutions)

c) résumer la discussion dans un plan (a,c)

d) résoudre l' équation dans le cas : $a = \frac{1}{4}$ et $c = 5$.

19. Démontrer que $\sin 10°.\sin 50°.\sin 70° = \frac{1}{8}$

20. Si A et B représentent les côtés d' un triangle et a, b les angles opposés et si

$$A.tga + B.tgb = (A + B).tg\,\frac{a + b}{2}$$

démontrer que dans ce cas, le triangle est isocèle.

21. Si $x = r.\sin\frac{\theta - \alpha}{2}$ et $y = r.\sin\frac{\theta + \alpha}{2}$

démontrer que $S = x^2 - 2xy\cos\theta + y^2$ est indépendant de θ.

!!! Ayez l' esprit critique !!!

22. Si a, b, c sont les angles d' un triangle quelconque, démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $\sin 2na + \sin 2nb + \sin 2nc = (-1)^{n+1}.4.\sin na.\sin nb.\sin nc$

23. Si $\frac{tg(a - b)}{tga} + \frac{\sin^2 c}{\sin^2 a} = 1$ démontrer que $tg^2 c = tga.tgb$

24. Démontrer que si les angles a, b, c d' un triangle vérifient l' expression $\sin 3a + \sin 3b + \sin 3c = 0$ un de ces angles, au moins, vaut 60°.

25. Déterminer les valeurs réelles de x, solutions de l' équation $\sin(px) = \sin x$ où p est un entier quelconque. Discuter les résultats en fonction de p.