

INTRODUCTION

1

Le cours de mathématique de cinquième que nous présentons ici, constitue une suite logique des manuels " VIVRE LA MATHÉMATIQUE 1, 2,3" par F.BUEKENHOUT, H. MEUNIER et M.TALLIER, publiés par Didier-Hatier, ainsi que du texte "MATHÉMATIQUE 4e" par F. BUEKENHOUT, M. FREDERICKX-ERTRYCKX et H. MEUNIER-DECLERCQ, édité à l'U.L.B. Nous nous référerons à ces ouvrages par les sigles VM1, VM2, VM3 et M4.

Nous nous adressons:

* aux étudiants qui préparent l'Agrégation en Sciences Mathématiques et qui recherchent des modèles efficaces en vue d'élaborer peu à peu leur enseignement;

* aux professeurs qui sont disposés à se remettre en question car nous n'avons pas hésité à sortir des sentiers battus de la tradition ni à déborder du cadre du programme lorsque ceci nous paraissait à la fois possible et souhaitable;

* aux élèves qui sont disposés à l'effort et au plaisir de l'étude. Ils sont constamment au cœur de notre attention et c'est à eux que nous dédions ce travail.

Notre cours est basé sur une expérience effectuée à l'Athénée Riva-Bella de Braine l'Alleud dans des classes normales. Certains élèves avaient travaillé avec les VM1, VM2, VM3 dans les classes de Monsieur C. Culus ou de Madame C. Delire, d'autres non. Le manque d'homogénéité dans la préparation antérieure est un phénomène avec lequel le professeur doit compter constamment et qui amène souvent à puiser dans les textes antérieurs.

Le cours est conforme aux programmes qui sont entrés en vigueur le premier septembre 1984 et dont nous livrons le texte en préambule. L'utilisateur se rendra compte que le programme fixe des objectifs minimaux. Il va de soi que toute action d'enseignement est une interprétation du programme et que des interprétations parfois très différentes sont à la fois possibles et souhaitables. Les auteurs seront les premiers à modifier leur point de vue en fonction de l'évolution de leur expérience, de leurs goûts, de leurs acquisitions et surtout en fonction des réactions des élèves.

Si le programme est parfois dépassé par un point de vue plus ambitieux, c'est dans la mesure même où le texte VM4 a été assimilé. En pratique, le retour à VM4 et même à VM3 s'impose souvent dans la classe. Ceci nous amène à une donnée essentielle: l'enseignement est présenté selon une **progression en spirale** dans laquelle les matières sont liées les unes aux autres. Elle suppose une progression graduelle, partant de l'acquis des élèves, pour s'élever peu à peu vers des points de vue plus efficaces où les points de vue anciens sont à la fois renforcés, modifiés, dépassés et synthétisés. Le principe de l'enseignement en spirale rend l'utilisation d'un manuel délicate. En revanche, il s'accorde mieux avec l'utilisation continue d'une série de manuels qui permet les indispensables retours en arrière. La spirale se consolide par une reprise des notions essentielles de quatrième avec plus d'exigences, reprise d'ailleurs prévue par les programmes, et elle se prolonge par un premier contact avec des notions de sixième.

Les exigences de l'enseignement en spirale peuvent conduire à un texte touffu afin que toutes les étapes de la progression soient bien accessibles au lecteur. L'indispensable **synthèse** est facilitée par un **résumé** à la fin de chaque chapitre.

En tête de chaque chapitre, nous signalons si celui-ci relève du programme 3h/s, 5h/s ou 7h/s ou s'il s'agit d'une matière "hors programme".

La consultation occasionnelle en vue d'un renseignement précis est facilitée par un **index alphabétique** très détaillé, placé à la fin du livre.

Les exercices occupent une place essentielle dans le travail proposé aux élèves. C'est l'activité de l'élève, réalisée en classe ou ailleurs, qui est la composante la plus importante de sa formation, quelles que soient par ailleurs les qualités de son professeur et du matériel dont il dispose. Nous avons tâché de présenter le plus souvent possible des énoncés attrayants et de développer des thèmes sortant du cadre de la tradition, sans verser pour autant dans la nouveauté et le spectaculaire à tout prix. Il y a des thèmes qui sont demeurés essentiels depuis l'époque babylonienne et des techniques peu agréables en soi peuvent nécessiter une certaine répétition afin d'atteindre des points de vue offrant des développements plus spectaculaires. La récompense peut se trouver au bout d'un chemin assez long et stérile en apparence.

On ne construit pas un enseignement sans consulter des sources nombreuses et variées. Nos principales références bibliographiques figurent à la fin du volume. Nous devons en outre une aide précieuse à de nombreuses personnes, en particulier à Messieurs A. Warbecq, J. Doyen et C. Culus que nous sommes heureux de remercier ici.

*
* *
*

Programme de mathématique - cours à 7h/s (1984)

Introduction

Au cycle de détermination le cours de mathématique (7h/s) a deux objectifs spécifiques principaux:

1. améliorer et consolider la formation mathématique;
2. préparer aux études supérieures.

L'action pédagogique du professeur doit donc viser à assurer, chez l'élève, une bonne compréhension et intériorisation des concepts rencontrés, une bonne maîtrise du raisonnement logique, une habileté certaine aux différents calculs sans toutefois se limiter à l'emploi aveugle de recettes et de procédés, une aptitude à mathématiser des situations concrètes et à résoudre des problèmes.

La méthodologie utilisée doit solliciter constamment la participation de l'élève, développant le goût de l'effort, la persévérance dans la recherche, l'obstination devant la difficulté, le plaisir de la découverte ainsi que le sens critique.

Pour atteindre ces buts, il importe, à ce niveau, de ne pas couper la mathématique de la réalité et surtout de ne pas se cantonner dans l'exposé d'une mathématique toute faite; à ce stade, en effet, on pourrait être tenté de tout sacrifier à la présentation d'une mathématique abstraite et satisfaisant à toutes les exigences de la rigueur.

Les exemples puisés dans d'autres disciplines, les applications et les problèmes bien choisis, outre qu'ils contribuent à la motivation du cours, permettent souvent un abord plus facile et une compréhension plus profonde des notions mathématiques utilisées.

*
* *

Le nombre de périodes dont dispose le professeur ne permet pas des développements théoriques exagérés. Tout en maintenant à la partie théorique sa cohérence, il faut ménager un temps suffisant à des exercices où l'élève peut se réaliser. Lorsque, dans le programme ou les commentaires, on indique qu'une propriété peut être admise sans démonstration, cela n'interdit pas de la démontrer ou du moins d'indiquer les grandes lignes de sa démonstration, si la situation le permet. Néanmoins, ces démonstrations ne pourront être exigées aux examens ou aux contrôles. Dans tous les cas, on procédera à une analyse approfondie des énoncés et on montrera la portée des hypothèses au moyen d'exemples et de contre-exemples.

A titre indicatif, il semble que la répartition suivante du temps à consacrer aux différentes parties du programme soit raisonnable:

Analyse: 2h1/2/semaine; Géométrie et Algèbre linéaire: 2h1/2/semaine; Algorithmique: 1h/semaine; Trigonométrie, statistique et probabilités: 1h/semaine.

Que cette estimations moyenne n'incite surtout pas le professeur à cloisonner son cours, à s'en tenir à l'ordre linéaire que, fatalement, le texte d'un programme doit adopter. Le professeur est évidemment libre de choisir l'ordre dans lequel il présentera, dans chacune des rubriques du programme, différents points de matière pour autant que son enseignement reste cohérent. Une bonne coordination dans l'enseignement des différentes rubriques permet non seulement un précieux gain de temps, mais une meilleure vision de la mathématique et un élargissement des moyens mis en oeuvre pour la résolution des problèmes. Ainsi, en ce qui concerne la partie intitulée "Algorithmique", il est recommandé d'en utiliser les ressources, à bon escient, dans tous les points du programme où l'Algorithmique apporte une aide efficace.

*
* *

ANALYSEMATIERECOMMENTAIRES

Inventaire des propriétés de

Outre le rappel des propriétés qui font de \mathbb{R} un corps commutatif, on insistera tout particulièrement sur les propriétés de l'ordre de \mathbb{R} ; ce sera l'occasion de reprendre la représentation décimale des nombres réels et celle des nombres rationnels.

On fera remarquer qu'entre deux nombre réels distincts, il existe au moins un nombre rationnel et un nombre irrationnel; ce sera l'occasion de parler de distance dans \mathbb{R} et d'intervalles centrés de \mathbb{R} .

La propriété de complétude de \mathbb{R} peut être formulée en utilisant la propriété des intervalles emboîtés et celle de la borne supérieure (inférieure).

Suite, notamment suite arithmétique et suite géométrique

L'étude des suites sera limitée en tenant compte de l'usage qu'on en fera dans l'enseignement secondaire; il est exclu d'étudier des critères de convergence.

Fonction numérique d'une variable réelle et représentation graphique. Synthèse et prolongement de notions déjà étudiées:

domaine
croissance et décroissance
opérations sur les fonctions;
fonction composée; fonction réciproque.
parité et périodicité

En liaison avec le graphique de quelques fonctions bien choisies, on retrouvera les notions de domaine de définition, d'ensemble de valeurs et on abordera celle de périodicité d'une fonction; la parité et l'imparité des fonctions seront liées aux symétries de leurs graphiques.

On étudiera les fonctions circulaires en liaison avec la trigonométrie.

Continuité et discontinuité d'une fonction. Limite d'une fonction.

Lien entre les notions de limite et de continuité

L'ordre d'introduction de ces notions et la manière de les présenter sont laissés à l'appréciation des professeurs. On étudiera la continuité d'une fonction en un point, puis la continuité sur un intervalle ouvert ou fermé.

On précisera les notions de continuité à gauche et à droite. On admettra sans démonstration le théorème des valeurs intermédiaires et la propriété relative à l'image d'un intervalle fermé par une fonction continue dans cet intervalle.

On démontrera les propriétés de continuité relatives à la somme de deux fonctions continues, du produit d'une fonction continue par un nombre réel et à la composée de deux fonctions continues; les autres propriétés pourront être acceptées sans démonstration.

On précisera la définition de la limite d'une fonction dans les "cas finis" et dans les "cas infinis".

On démontrera que la limite, quand elle existe, est unique; on introduira la limite à gauche et la limite à droite. Dans la recherche des limites, les démonstrations ne sont exigées que dans les cas de la somme de deux fonctions et du produit d'une fonction par un nombre réel.

Asymptotes	Le calcul de limites sera l'occasion d'introduire les asymptotes.
Nombre dérivé et fonction dérivée	Les fonctions usuelles dont on déterminera la dérivée sont : -les fonctions constantes
Interprétations géométriques et physiques	-la fonction identique
Propriétés des fonctions dérivables dans un intervalle.	-la fonction \sqrt{x}
	-la fonction x^q avec q rationnel
	-les fonctions circulaires
Calcul des dérivées	
dérivée de fonctions usuelles	Pour la démonstration de la formule donnant la dérivée de la composée de deux fonctions, on pourra se limiter à une démonstration applicable aux fonctions rencontrées dans l'enseignement secondaire.
dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient	
dérivée de la composée de deux fonctions.	
Théorèmes de Rolle; théorème des accroissements finis de Lagrange	On pourra admettre, à partir de sa signification géométrique qui le rend intuitif, soit le théorème de Rolle, soit le théorème des accroissements finis de Lagrange, l'un étant une conséquence de l'autre; on donnera des contre-exemples qui feront comprendre l'importance de chacune des conditions remplies par hypothèse.
Dérivée première; croissance, décroissance, extrémés.	On démontrera le lien entre la croissance d'une fonction et le signe de sa dérivée première; on montrera aussi le lien entre le sens de la concavité et le signe de la dérivée seconde. On n'aura pas systématiquement recours à la dérivée seconde des fonctions étudiées.
Dérivée seconde; concavité et point d'inflexion.	L'étude de certaines fonctions conduira à envisager les notions de nombre dérivé à gauche et à droite.
Application des notions précédentes à l'étude de fonctions	Outre des fonctions polynômes, des fonctions rationnelles et des fonctions composées où interviennent les fonctions circulaires, on étudiera quelques fonctions irrationnelles simples. On insistera sur le fait que, dans certains cas, le sens des variations et le graphique d'une fonction peuvent se déduire du sens des variations et du graphique de fonctions plus simples sans qu'il soit nécessaire de faire appel aux dérivées; par exemple, le graphique de certaines fonctions telles que $f(x)+k, k.f(x), f(x+k), f(x) , \dots$ sera déduit du graphique de $f(x)$ en faisant ressortir la transformation géométrique associée.
Dérivée de fonctions réciproques	A l'occasion de l'étude de fonctions, on envisagera l'existence, la continuité, la dérivabilité des fonctions réciproques de fonctions élémentaires.
Problèmes d'extrémés.	On utilisera les principaux résultats d'analyse pour la résolution de quelques problèmes d'extrémés.

TRIGONOMETRIE

MATIERE

COMMENTAIRES

Fonctions circulaires: $\sin, \cos, \operatorname{tg}, \operatorname{cotg}$, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .
Fonctions cyclométriques $\arcsin, \arccos, \operatorname{arctg}$.

Etant donné un système de mesure des angles orientés (une graduation du cercle), on définit la fonction qui, à tout réel, associe le sinus (respectivement le cosinus, la tangente, la cotangente si ces dernières existent) de l'angle dont ce réel est une mesure pour la graduation considérée.

On donnera une importance particulière aux fonctions découlant de la graduation du cercle goniométrique obtenue (intuitivement) par l'enroulement sur ce cercle d'une métrique, l'origine coïncidant avec le point du cercle correspondant à l'angle nul (mesures en radians).

Ces fonctions seront étudiées conjointement avec le cours d'analyse où l'on fera remarquer que l'intérêt de définir ces fonctions à partir de la graduation en radians réside dans la propriété $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)/x = 1$ et ce qui en découle.

Formules d'addition, de multiplication, de division
Formules en $\operatorname{tg} x/2$
Formules de Simpson

On constatera que les formules établies sur les nombres trigonométriques des angles s'étendent aux fonctions circulaires.

On attirera l'attention sur les problèmes de domaine qui se posent ici également.

Remarquons à ce propos que l'utilisation d'une formule consiste souvent à remplacer un terme par un autre, ce qui provoque parfois un changement de domaine (extension, restriction). Il convient d'y être attentif.

Par formule de division, on entend les formules

$$1 + \cos a = 2 \cos^2 \frac{a}{2} \quad \text{et} \quad 1 - \cos a = 2 \sin^2 \frac{a}{2}$$

Transformation de $a \cos x + b \sin x$ en $A \cos(x - \varphi)$

On montrera la signification des paramètres des fonctions $A \cos(\omega t - \varphi)$

Résolution d'équations trigonométriques.

On évitera de donner trop d'extension au chapitre des équations trigonométriques. Il importe surtout que, à l'occasion de l'étude de fonctions, les élèves soient capables de résoudre les équations trigonométriques et les problèmes de signes qui se présentent.

GEOMETRIE

Préliminaires

La géométrie et l'algèbre linéaire figurent sous des rubriques séparées.

Le professeur peut choisir l'organisation de l'enseignement de ces matières en sauvegardant la cohérence et la rigueur de la présentation.

Pour favoriser une bonne visualisation spatiale, on familiarisera les élèves aux règles du dessin en perspective et aux conventions du vu et du caché.
On n'hésitera pas à recourir aux modèles de l'espace physique.

Bien que l'étude des solides ne figure pas dans la colonne "matière", on ne manquera pas de les utiliser, d'une manière permanente, pour concrétiser les relations d'incidence, de parallélisme et de perpendicularité.

On fera mémoriser des propriétés importantes de la géométrie de l'espace de manière à pouvoir les utiliser dans des applications géométriques que l'on résoudra de façon synthétique (en particulier des démonstrations, des lieux géométriques et des problèmes de construction).

Il faudra insister sur la différence entre un problème de construction dans l'espace et un problème de construction dans le plan. La solution de ce dernier se réalise aux instruments tandis que dans l'espace, un problème est souvent considéré comme résolu lorsqu'il est ramené à une suite de constructions fondamentales (les constructions étudiées dans le plan et celles qui s'y ramènent, prendre un point ou une droite dans le plan, les constructions associées aux différentes déterminations du plan,...) et de constructions étudiées antérieurement (construction du plan comprenant un point donné et parallèle à un plan donné, construction de la droite comprenant un point donné et perpendiculaire à un plan donné,...)

MATIERE

Positions relatives de droites et de plans.

Parallélisme de droites, de droites et de plans, de plans.

Intersection de droites, de droites et de plans, de plans.

Projections parallèles.

Théorème de Thalès

Perpendicularité de droites, de droites et de plans, de plans.

Projection orthogonale sur un plan et sur une droite.

Distance d'un point à une droite, à un plan.

Distance de deux droites gauches.

Plan médiateur d'un segment.

Intersection d'une sphère et d'une droite, d'une sphère et d'un plan.

Angles dans l'espace :

angle de deux droites, dièdres,

angle de deux plans;

angle d'une droite et d'un plan

Plan bissecteur d'un dièdre

COMMENTAIRES

Si l'on étudie la géométrie de l'espace indépendamment de l'algèbre linéaire, on précisera les propriétés admises (axiomes) inspirées de l'expérience physique ou de l'acquis antérieur, de manière à présenter une construction logique.

On exploitera les propriétés connues de géométrie planes; certaines s'étendent à l'espace sans même qu'on doive changer leur énoncé, d'autres ne sont valables dans l'espace que sous certaines conditions. Mais le rapprochement entre le plan et l'espace permet d'appréciables économies de temps et favorise la visualisation dans l'espace. Ce qui est dit des propriétés des objets l'est aussi des transformations (translation, symétrie centrale, rotation autour d'un axe, vissage, symétrie orthogonale par rapport à un plan et homothétie). Ces transformations fournissent un excellent thème d'exercices comme d'ailleurs l'étude des propriétés des solides.

La résolution de tels exercices par la méthode synthétique renforcera l'aptitude au raisonnement hypothético-déductif.

Dans le même cadre, l'étude des espaces vectoriels menée parallèlement trouvera le support de certaines propriétés établies en géométrie ce qui permettra de gagner du temps. Les aspects synthétiques et vectoriels de la géométrie sont d'ailleurs étroitement liés. Le professeur habituera les élèves à les utiliser à bon escient.

La notion de produit scalaire dans l'espace peut être obtenue par extension de celle de produit scalaire dans le plan. Son emploi judicieux offre des

raccourcis appréciables dans la résolution des exercices.

Si l'on ramène l'étude de la géométrie de l'espace à l'étude d'un espace vectoriel de dimension 3, une bonne prise de contact préalable avec les aspects physiques de la géométrie s'impose. On ne se limitera pas à une traduction dans un langage géométrique.

ALGÈBRE LINÉAIRE

(Tout ce qui suit concerne les espaces vectoriels réels dont la dimension est au plus égale à 3)

MATIERE

COMMENTAIRES

Translations et vecteurs du plan et de l'espace.

Espace pointé.

Notion de vectoriel réel. Exemples de vectoriels réels.

L'étude des espaces vectoriels sera illustrée par les vectoriels construits à l'aide des translations du plan pointé Π_0 , de l'espace pointé E_0 , de \mathbb{R}^2 et de \mathbb{R}^3 . On ne manquera pas de souligner les isomorphismes rencontrés.

Dépendance et indépendance linéaire (familles non libres, familles libres)

Sous-vectoriels. Droites et plans vectoriels.

Π_0 et E_0 conviennent bien pour faire découvrir et assimiler les notions de dépendance et d'indépendance linéaires, de sous-vectoriel et de famille génératrice. Dans \mathbb{R}^2 et dans \mathbb{R}^3 , ces questions se ramènent à la résolution de divers types de systèmes linéaires.

Il est utile de présenter aussi les sous-vectoriels comme parties stables pour les combinaisons linéaires.

Famille génératrice d'un sous-vectoriel, d'un vectoriel.

Base, dimension.

Coordonnées par rapport à une base.

Somme et intersection de sous-vectoriels. Dimensions.

Translatés d'un sous-vectoriel (variétés linéaires)

Applications linéaires dans des espaces vectoriels.

La comparaison du nombre maximum de vecteurs dans les familles libres et du nombre minimum de vecteurs dans les familles génératrices conduit à la notion de base.

On remarquera que dans un espace vectoriel dont la dimension est n , toute famille libre ou génératrice de n vecteurs est une base de ce vectoriel.

On définira une variété linéaire comme l'image d'un sous-vectoriel par une translation. On démontrera, qu'étant donné une variété linéaire L , il existe un et un seul sous-vectoriel V tel que $L = a + V$, a étant un vecteur quelconque de L . On pourra, dès lors, définir la dimension d'une variété linéaire.

La notion d'application linéaire sera introduite à partir d'exemples pris dans Π_0 et E_0 (homothéties, projections parallèles, perspectives cavalières, symétries par rapport à un point, une droite, un plan, affinités,...).

La recherche d'images directes et réciproques de vecteurs et de sous-vectoriels permettra de constater que l'image directe d'une base d'un vectoriel est une famille génératrice, non

	nécessairement libre, du vectoriel image et que l'image réciproque d'un vecteur est une variété linéaire associée à l'image réciproque du vecteur nul.
Caractérisation d'une application linéaire par l'image d'une base.	On notera que l'image d'une base étant donnée, c'est la linéarité qui permet de déterminer l'image de tout vecteur.
Représentation matricielle à partir des bases choisies.	On insistera sur le fait qu'une matrice représentative d'une application linéaire dépend des bases choisies dans les vectoriels donnés ainsi que sur l'intérêt que présente un choix judicieux des bases.
Somme et produit de matrices.	
Produit scalaire dans les vectoriels de dimension 2 et de dimension 3; expression analytique.	Le relevé des propriétés du produit scalaire du plan géométrique permet de définir le produit scalaire euclidien dans un espace vectoriel comme forme bilinéaire.
Transformations orthogonales des espaces vectoriels de dim 2	Les transformations orthogonales sont liées aux isométries du plan et leurs matrices aux nombres trigonométriques.
Repères affins et repères métriques	L'introduction d'un repère dans l'espace permet le passage des équations vectorielles aux équations paramétriques et aux équations cartésiennes des droites et des plans. Ce point sera exploité en sixième année.
Equations vectorielles, paramétriques et cartésiennes de droites et plans.	

STATISTIQUE - PROBABILITES

MATIERE

COMMENTAIRES

A. Statistique descriptive.
Moyenne arithmétique, mode, variance et écart-type d'un ensemble fini de résultats de mesures (échantillon ou population)

Les exercices de statistique descriptive seront l'occasion de faire découvrir les significations de la moyenne et de l'écart-type, ainsi que les lois selon lesquelles ils se transforment lorsqu'on ajoute une même quantité à tous les éléments de l'échantillon ou lorsqu'on multiplie tous ces éléments par un même réel.

On fera remarquer que les fréquences relatives jouissent des propriétés suivantes:

$S(A)$ désignant la somme des fréquences relatives des éléments de A :

si A et B sont disjoints,

alors $0 \leq S(A) \leq 1$; $S(E) = 1$; $S(A \cup B) = S(A) + S(B)$

B. Probabilités.
Détermination de probabilités sur un univers fini.
Evaluation de la probabilité d'un événement.

Ces constatations motiveront la définition d'une probabilité sur un ensemble fini E comme une application P de l'ensemble des parties de E dans l'intervalle fermé d'extrémités 0 et 1 telle que $P(E) = 1$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ lorsque A et B sont disjoints.

En utilisant ces propriétés, on calculera des probabilités et on montrera que dans les cas où tous les singletons sont équiprobables et dans ces cas seulement, $P(A) = \text{card}(A) / \text{card}(E)$ (pour tout A).

On trouvera ici l'occasion d'effectuer des dénombrements et d'utiliser des diagrammes en arbres.

ALGORITHMIQUE

Les finalités de ce programme prolongent celles du programme de quatrième année, à savoir, amener les élèves à

- * poser correctement un problème en vue d'un traitement automatique,
- * découvrir un algorithme de résolution puis le formuler correctement,
- * faire exécuter cet algorithme par une machine (calculatrice programmable ou micro-ordinateur).

On mettra l'accent sur les processus rencontrés en programmation: la séquence, l'alternative, la répétition ou itération.

D'autre part, l'usage des outils modernes de calcul doit être proposé aux élèves de manière qu'ils en aperçoivent les limites comme les possibilités.

On les utilisera, en particulier, à propos des sujets que voici.

MATIERE

COMMENTAIRES

Suites, limites, nombres dérivés

L'utilisation de machines fournira des indications précieuses en ces domaines mais ce ne seront jamais que des indications de tendance. Ces situations montreront la nécessité de disposer de méthodes de l'analyse pour le calcul de limites.

Etude graphique des fonctions.

Les machines libèrent de certaines contraintes dues à des calculs très longs et permettent de s'intéresser davantage aux problèmes mathématiques.

Calcul approché des racines réelles d'une équation.

Pour résoudre, il faut d'abord "séparer" les racines. Les élèves auront ainsi l'occasion d'appliquer des propriétés rencontrées dans le cours d'analyse. Lorsqu'il s'agit de déterminer une valeur approchée d'une solution, plusieurs démarches peuvent être suivies:

- méthode de bipartition,
- méthode des cordes,
- méthode des tangentes,...

Une méthode étant choisie, on signalera que certaines conditions doivent être respectées si on veut éviter de perdre des solutions lors du calcul automatique. On présentera quelques contre-exemples.

La méthode de bipartition est à la fois plus simple et plus sûre.

Elle ne permet toutefois pas de détecter les éventuelles racines multiples d'ordre pair.

Problèmes d'extrémés

La construction d'un programme déterminant le maxi-

mum ou le minimum absolu d'une fonction sur un intervalle permet de résoudre des problèmes d'extréma sans utiliser la notion de dérivée.

Statistiques

La manipulation nécessaire à l'assimilation des concepts fondamentaux de statistiques nécessite de nombreux calculs. Les moyens modernes facilitent cette pratique en évitant le côté rebutant des calculs répétitifs. Pour approcher la notion de probabilités, les expériences aléatoires peuvent être étudiées au moyen d'outils mathématiques. Si l'on dispose d'un générateur de nombres pseudo-aléatoires, son utilisation peut motiver et rendre plus vivante l'acquisition de notions probabilistes. La comparaison des résultats des méthodes expérimentale et mathématique se révélera souvent intéressante.