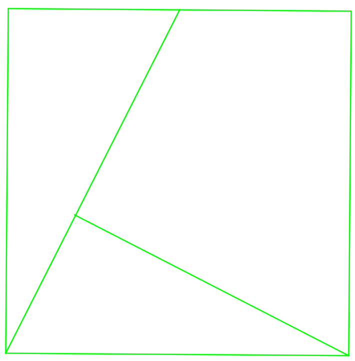
Printemps des Sciences : activité encadrée

LA GÉOMÉTRIE EN PIÈCES"

Résumé

- Réalisation de puzzles à 2 et 3 dimensions pour créer des figures planes et solides ;
- Réflexion sur les agrandissements de figures planes et solides ;
- Utilisation de puzzles pour établir les liens entre différentes formules d'aires de figures planes et entre différentes formules de volume de solides ;
- Mise à disposition de puzzles peu connus à 2 et 3 dimensions.

1. Puzzle de Sam Loyd



Etape 1 : puzzles
Matériel : puzzles similaires à la figure

Consigne
Avec les 4 pièces proposées, construire un triangle et le plus de quadrilatères convexes différents.

(Figures à trouver : carré, rectangle, triangle rectangle, parallélogramme, trapèze isocèle);

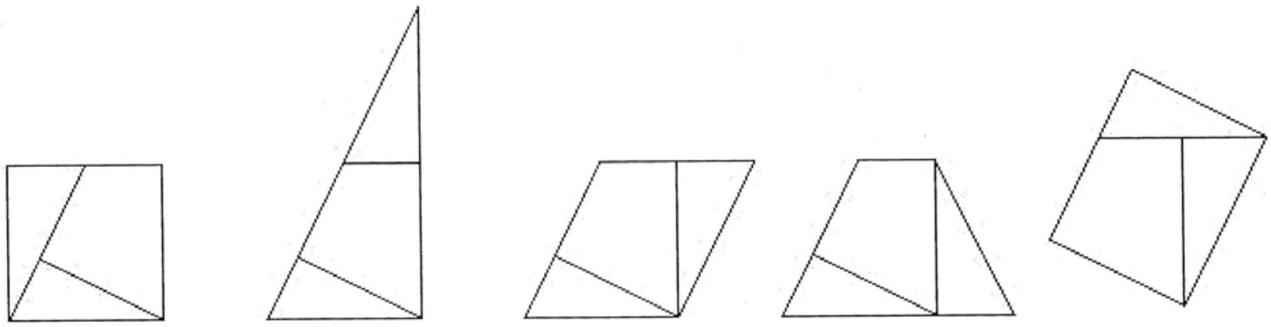
Déroulement :

a. aucune indication ;
b. indication des formes à trouver si toutes n'ont pas été trouvées
c. synthèse quand un des groupes a tout trouvé : faire justifier le nom de la forme – indiquer la justification de la construction en prolongement.

Compétence :
- Construite : 3.2.2 (2) : "*Construire des figures avec du matériel varié"*
- Abordée : 3.3.2 (4) : *"Connaître et énoncer les propriétés de côtés et d'angles utiles dans les constructions de quadrilatères et de triangles"*

Exemples de justifications de noms attendues
- Carré : quadrilatère ayant 4 angles droits et 4 côtés isométriques
- Rectangle : quadrilatère ayant 4 angles droits
- Triangle rectangle : triangle ayant un angle droit
- Parallélogramme : quadrilatère ayant 2 paires de côtés parallèles ou 2 paires de côtés opposés isométriques
- Trapèze isocèle : quadrilatère ayant 2 côtés parallèles et une médiane axe de symétrie ou quadrilatère ayant 2 paires d'angles consécutifs égaux

Les différents modèles



Etape 2 : Agrandissements de figures planes

Matériel proposé : *un type de figure par table (ajout de figures des attrimaths ou de fiches)*

- *triangles rectangles du puzzle,*
- *triangles équilatéraux,*
- *losanges,*
- *carrés,*
- *rectangles.*

Consigne

Plusieurs figures identiques sont mises à disposition. Combien de pièces seront nécessaires pour construire une figure dont les longueurs des côtés sont multipliées par 4, par 5, par 10 ?"
Essayer de prévoir avant de vérifier.

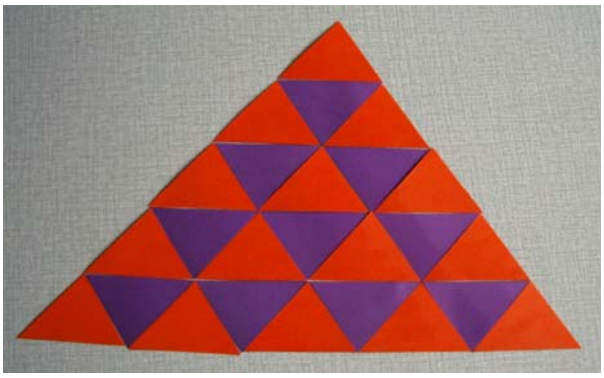
Déroulement :

a. aucune indication ;
b. proposition de figures supplémentaires si nécessaire ;
c. synthèse quand plusieurs groupes ont trouvé - faire observer que le nombre vaut le carré du facteur d'agrandissement souhaité.

Compétence :

- Construite : 3.2.3 (3) : "*Reconnaître et construire des agrandissements de figures "*

Exercice réalisé avec des triangles quelconques



Etape 3 : Liens entre aires de figures planes

Prérequis : aire du rectangle.

Cette activité est plutôt vue comme une révision des formules d'aires et non une première approche. Pour une première approche, on pourrait se limiter au parallélogramme et au triangle.

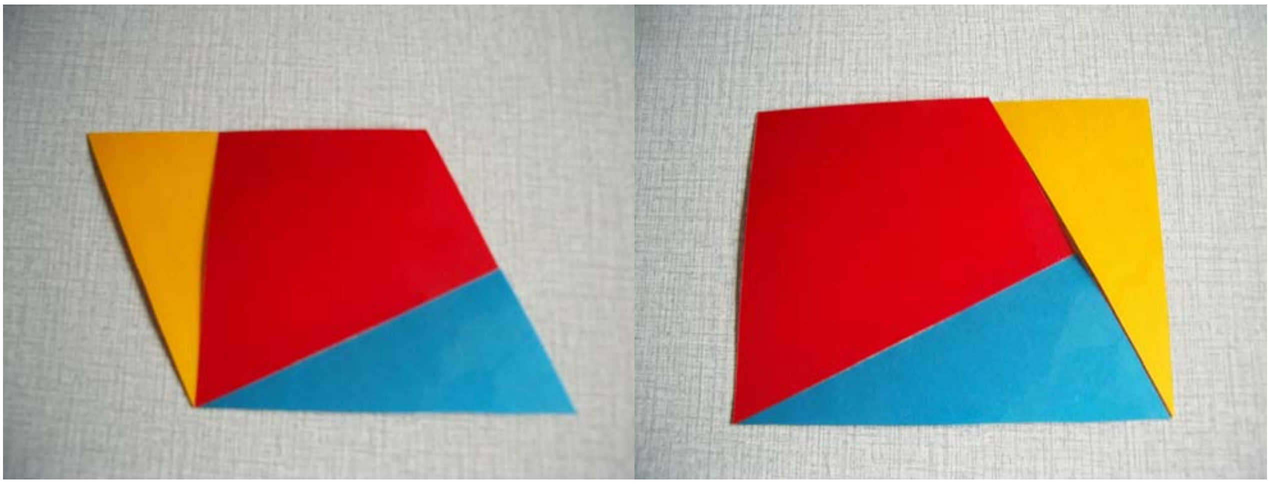
Matériel : puzzle de Sam Loyd ; triangles quelconques, trapèzes quelconques.

Consigne
A partir de la formule d'aire du rectangle et en utilisant les pièces du puzzle, retrouver
a) celle du parallélogramme,
b) celle du triangle en vérifiant ensuite sur des figures plus générales,
c) celle du trapèze en vérifiant ensuite sur des figures plus générales.
(d) celle du losange - non fait ici)

Déroulement :
a. synthèse intermédiaire pour le parallélogramme ;
b. synthèse pour le triangle en faisant apparaître les différentes démarches utilisées et en distinguant celles qui se généralisent à la figure quelconque des autres.
c. synthèse pour le trapèze en faisant apparaître les différentes démarches utilisées et en distinguant celles qui se généralisent à la figure quelconque des autres.

Compétence :
- Construite : 3.3.1 (4) : "*Construire et utiliser des démarches pour calculer des aires.*"

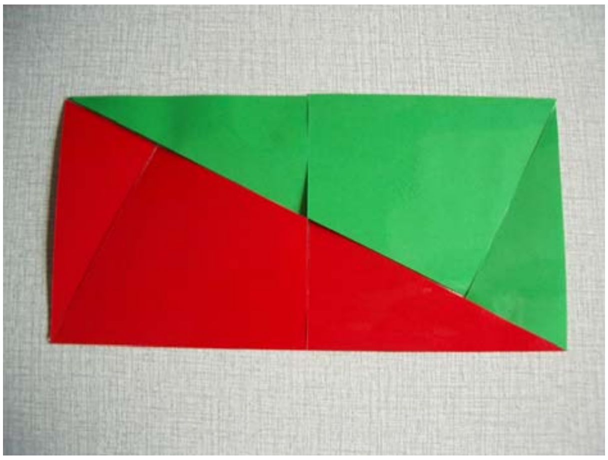
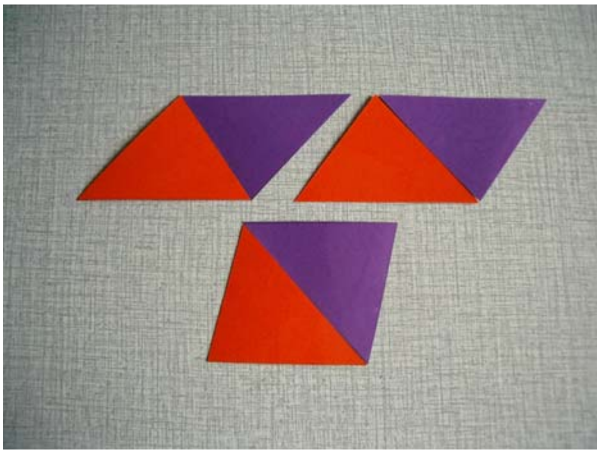
Lien entre parallélogramme et rectangle



L'aire du parallélogramme est égale à celle d'un rectangle de même base et de même hauteur.

$A_{\text{parallélogramme}} = B \times h$ (x unité d'aire)

Lien entre triangle et parallélogramme

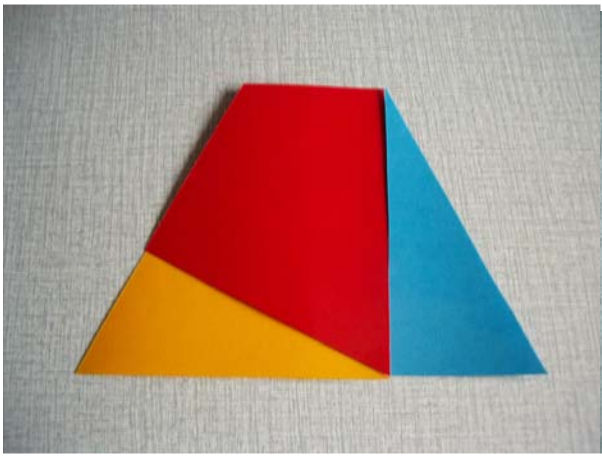



L'aire du triangle est égale à la moitié de celle d'un parallélogramme de même base et de même hauteur.

$$A_{triangle} = \frac{1}{2} \times B \times h \text{ (x unité d'aire)}$$

Liens entre trapèze et parallélogramme

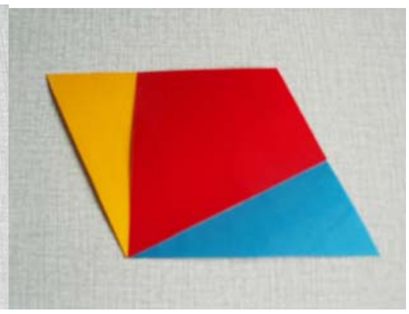
Trapèze particulier et carré




Remarque : cas trop particulier

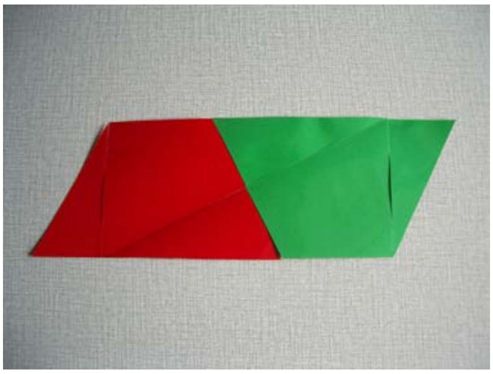
Trapèze isocèle et rectangle ou parallélogramme





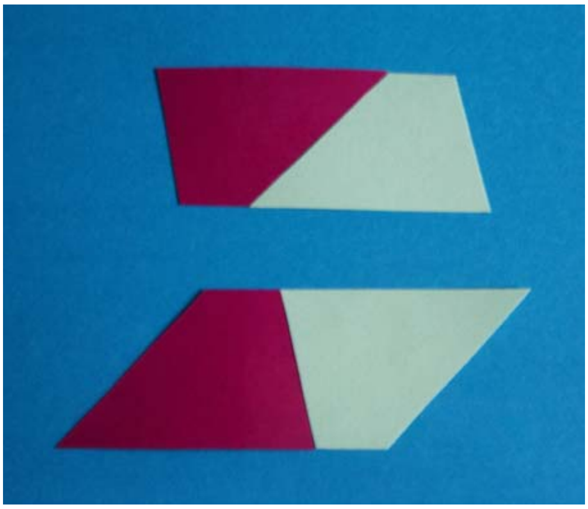
Remarque : pas de lien direct entre les bases du trapèze et celle du rectangle
(la demi - somme n'est pas facile à expliquer).

ou



Généralisation au trapèze quelconque

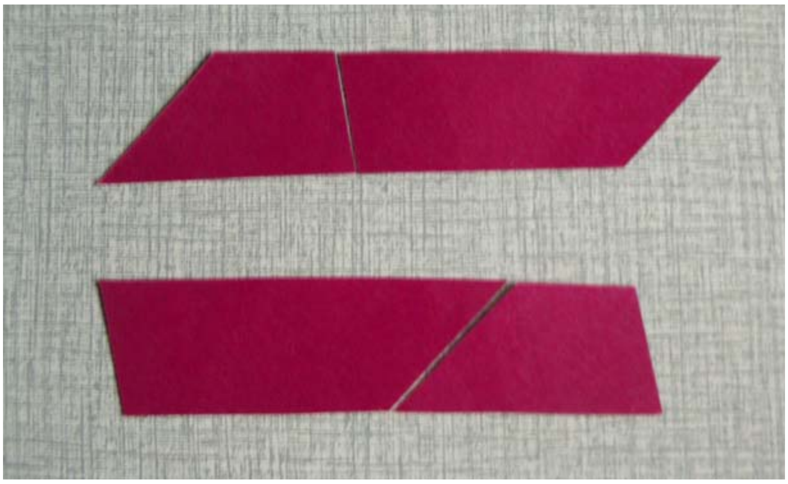
- à l'aide de deux trapèzes



L'aire du trapèze vaut la moitié de celle d'un parallélogramme de base B + b et de même hauteur.

$A_{\text{trapèze}}$: ½ x (B + b) x h (x unité d'aire).

- en coupant en deux le trapèze initial (selon une médiane)

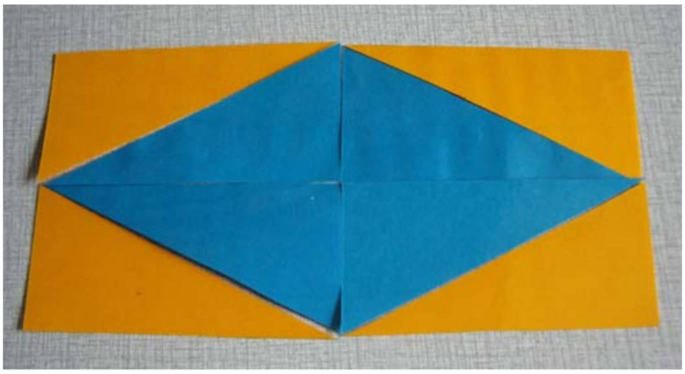


L'aire du trapèze vaut celle d'un parallélogramme de base B + b et de hauteur égale à la moitié de celle du trapèze.

$A_{\text{trapèze}}$: ½ x (B + b) x h (x unité d'aire).

Complément : lien entre losange et rectangle ou triangle

Double losange et rectangle



L'aire du losange vaut la moitié de celle d'un rectangle de base D et de hauteur d.

$A_{losange} = ½ \times D \times d$ (x unité d'aire)

Losange et rectangle

 ou 

L'aire du losange vaut celle d'un rectangle de base D/2 et de hauteur d ou de base D et de hauteur d/2.

$A_{losange} = ½ \times D \times d$ (x unité d'aire)

Losange et parallélogramme

 ou 

L'aire du losange vaut celle d'un parallélogramme de base D et de hauteur d/2 ou de base D/2 et de hauteur d.

$A_{losange} = ½ \times D \times d$ (x unité d'aire)

2. Puzzles à 3 dimensions

Etape 4 : puzzles

Matériel : (un jeu complet par table)

- prismes à base triangulaires (demi - cubes)
- "demi pyramides"
- pyramides obliques à base carrée (tiers de cube)
- pyramides obliques à base triangulaire (sixièmes de cube)
- pyramides régulières à base carrée (sixièmes de cube)

Consigne :

Avec les pièces proposées, construire des pyramides ou des cubes.

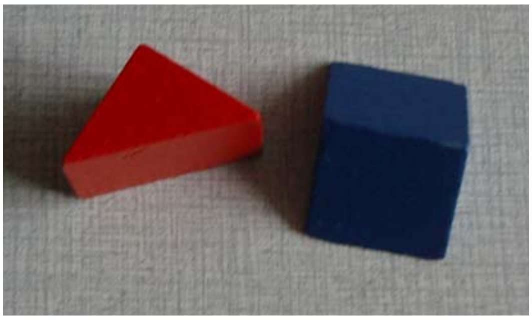
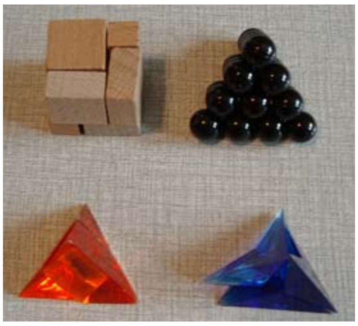
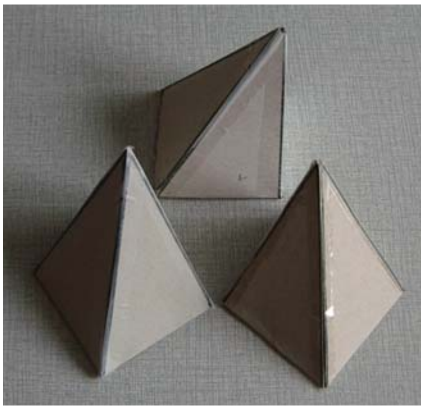
Déroulement :

a. aucune indication
b. synthèse quand un des groupes a tout trouvé : faire justifier le nom des solides

Compétence :

- Construite : 3.2.2 (2) : "*Construire des solides simples avec du matériel varié*"
- Abordée : 3.3.2 (1) : *"Reconnaître, comparer des solides, les différencier et les classer"*

Photos du matériel

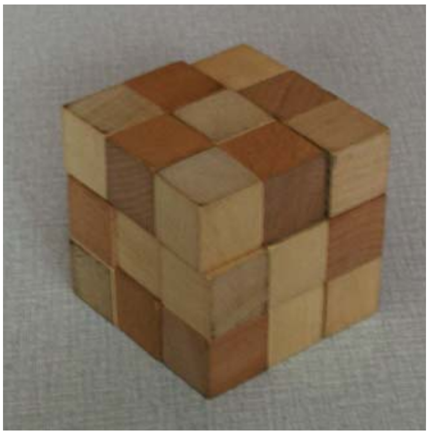




Etape 5 : Agrandissements de solides
Matériel proposé : un type de solide par table
- cubes,
- prismes à base carrée,
- parallélépipèdes rectangles.

Consigne
Combien de pièces seront nécessaires pour construire un solide dont les longueurs des côtés sont multipliées par 3, par 4, par 10 ?".
Essayer de prévoir avant de vérifier.

Déroulement :
a. aucune indication ;
b. proposition de formes supplémentaires si nécessaire ;
c. synthèse quand plusieurs groupes ont trouvé - faire observer que le nombre vaut le cube du facteur d'agrandissement souhaité.

Compétence :
- Construite : 3.2.3 (3) : "*Reconnaître et construire des agrandissements de figures* "



Le nombre de solides nécessaire vaut le cube du facteur d'agrandissement souhaité.

<u>Etape 6 : Lien entre volumes de solides</u>
Matériel : les puzzles de l'étape 1

<u>Consigne</u>
A partir du cube et de son découpage en plusieurs pyramides, trouver le lien entre le volume de chaque type de pyramide et le volume du cube puis le justifier.

Déroulement :

a. synthèse des différents résultats trouvés.
b. comparaison entre différents résultats (comparaison des bases, des hauteurs)
c. dégagement de la règle : le volume d'une pyramide vaut le tiers du volume du prisme de même base et de même hauteur.

Compétence :
- Construite : 3.3.1 (4) : "*Construire et utiliser des démarches pour calculer des volumes."*

Observations :
- Le volume d'une pyramide (oblique) à base carrée et de hauteur égale au côté du carré vaut le tiers du volume du cube correspondant.
- Le volume d'une pyramide (droite) à base carrée et de hauteur égale à la moitié du côté du carré vaut le sixième du volume du cube correspondant.
- Le volume d'une pyramide (oblique) dont la base est un "demi carré" et de hauteur égale au côté du carré vaut le tiers du volume du cube correspondant.

Généralisation : le volume d'une pyramide vaut le <u>tiers</u> du volume du prisme de même base et de même hauteur.

3. Puzzles divers

Dans cette partie de l'activité, divers types de puzzles sont proposés librement.

Matériel (un kit par table) :
- "Brick by brick" avec modèles,
- Kataminos avec comme consigne "trouver un maximum de rectangles différents",
- Carrés et pointes : "compléter le puzzle",
- Dé à reconstituer : "trouver le dé en tenant compte de la convention (la somme des points de deux faces opposées vaut 7) et de la disposition classique des points",
- Cubes Soma à reconstituer et modèles,
- Serpent perfide "construire un cube sans couper le serpent".

Consigne : *Réaliser quelques-uns des différents puzzles proposés.*

Déroulement : Découverte libre ; présence ponctuelle aux différentes tables.

Compétence :
- Construite : 3.2.2 (2) : "*Construire des figures planes et des solides simples avec du matériel varié"*

4. Prolongement possible : construction de pavages

Matériel : pièces du puzzle de Sam Loyd, attrimaths, autres triangles et quadrilatères

Consigne : *Construire différents pavages avec les formes proposées.*

Déroulement :
- a. Recherche libre
- b. Comparaison des différents pavages trouvés et explication des transformations utilisées (symétrie axiale, symétrie centrale ou rotation, translation ou glissement)

Compétence :
- Construite : 3.2.3 (1) : "*Dans un contexte de pavage, relever la présence de régularités".*